

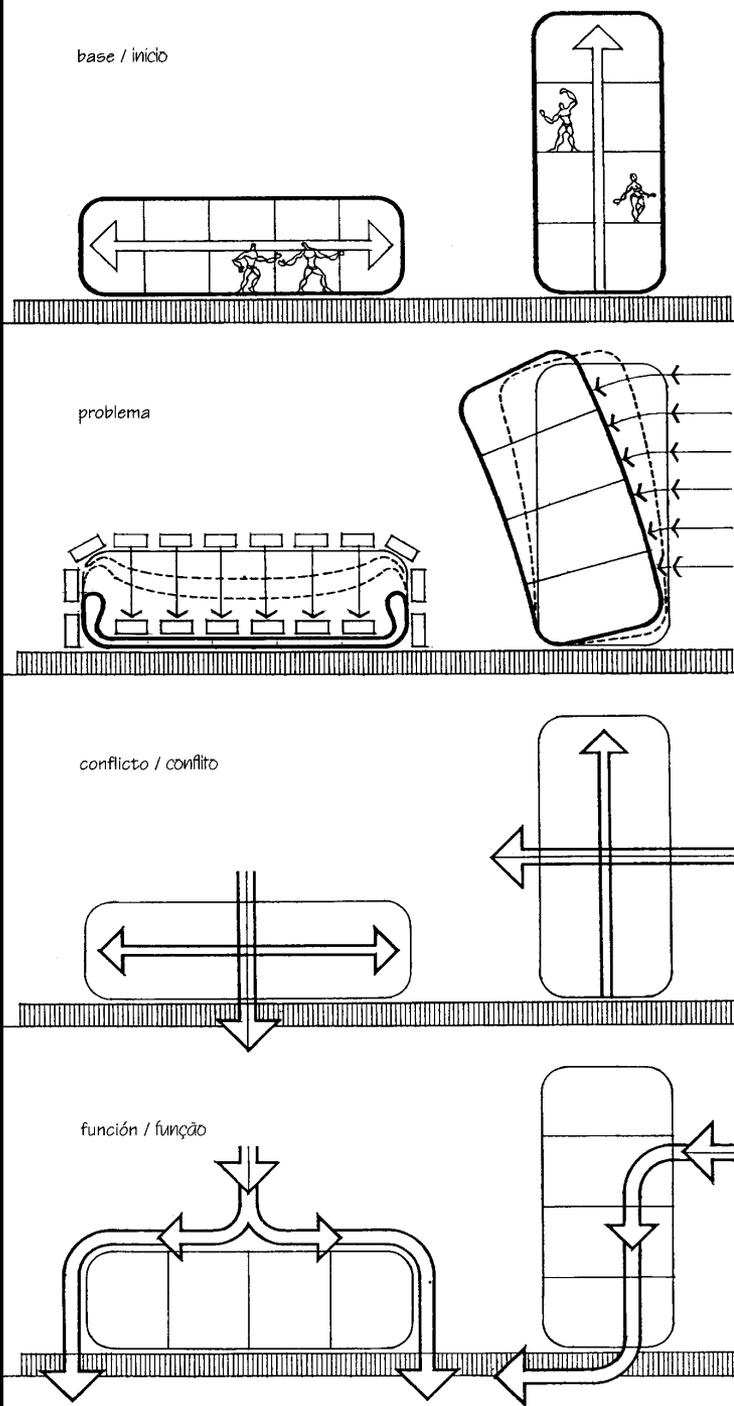
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

## Estrutura - Função

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos

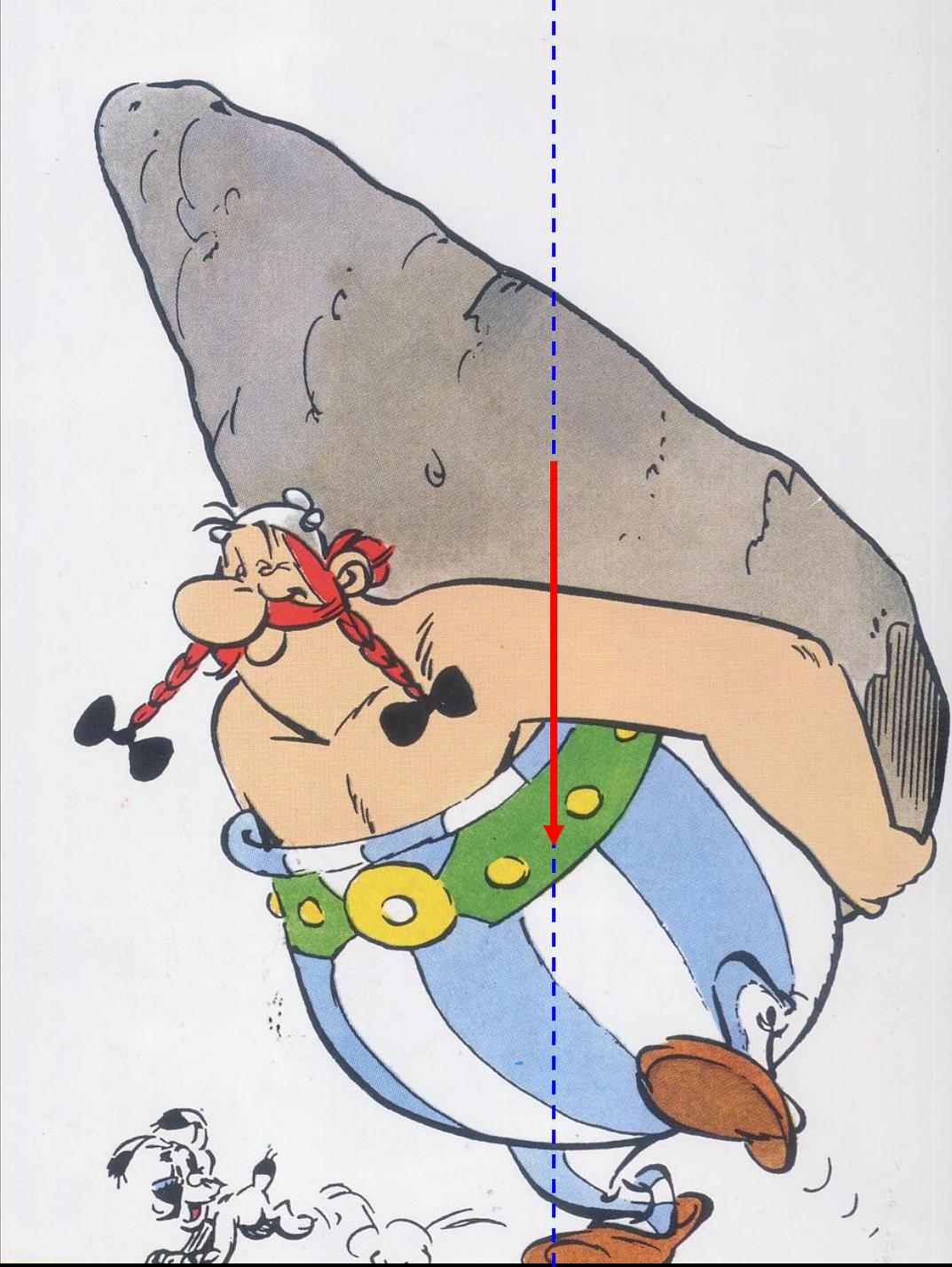


Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



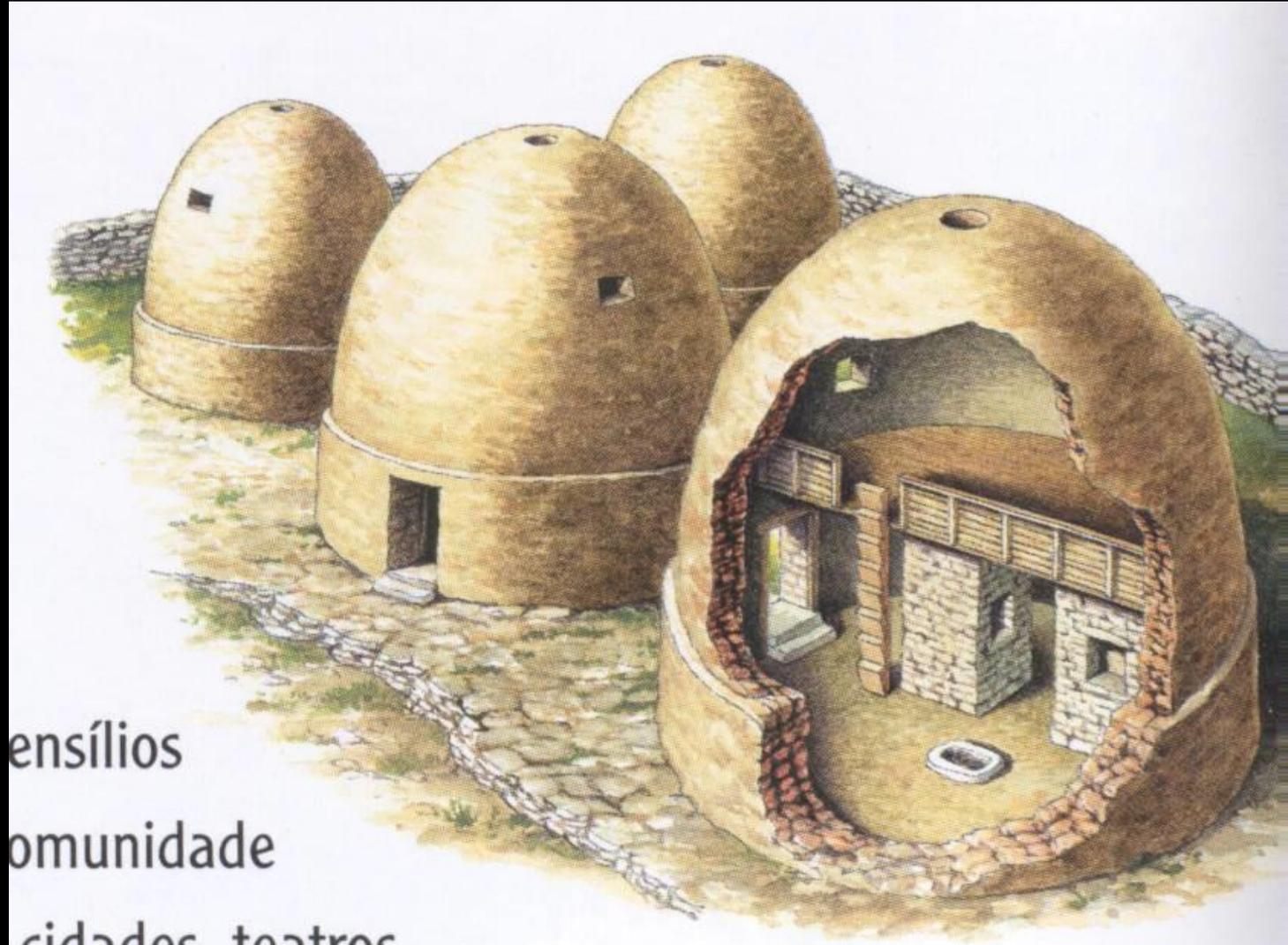
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Estruturas da antiguidade primitiva

Franklim Morais

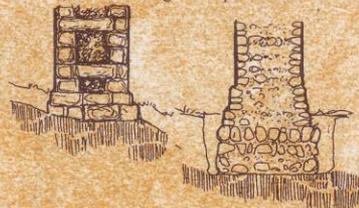
métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



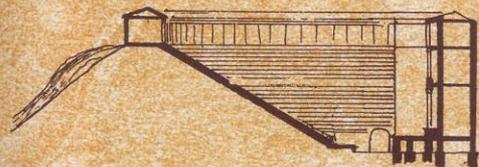
ensílios  
 comunidade  
 cidades, teatros

MAIS SOBRE FUNDAÇÕES (SUMÁRIO...) (6.8.1)

...como para a construção das muralhas (1.5.1)  
 - escavação *ad solidum*  
 - fundações mais largas do que os muros.

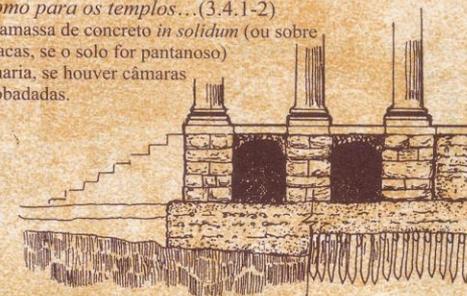


Teatros (5.3.3.) – mais fácil se em colinas.

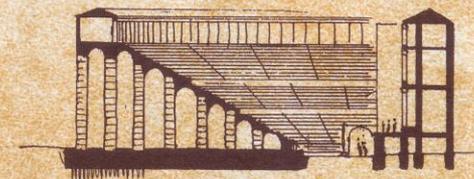


...como para os templos... (3.4.1-2)

- argamassa de concreto *in solidum* (ou sobre estacas, se o solo for pantanoso)  
 - silharia, se houver câmaras abobadadas.



Se em solo plano ou pantanoso, construir como para os templos



Para edifícios construídos sobre pilares e arcaria (6.8.4) os pilares das extremidades deverão ser construídos com maior espessura...

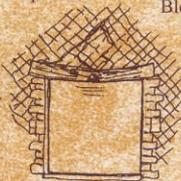


Terracina, *tabernae*, inícios do Séc. I a.C [segundo A. Boethius, J.B. Ward Perkins, *Etruscan and Roman Architecture* (Harmondsworth, 1970) Fig. 67]

Compartimentos subterrâneos (*hypogea*) (6.8.1)  
 - fundações mais largas do que nas partes superiores  
 - paredes superiores alinhadas pelas inferiores.



Aberturas de janelas/portas (6.8.2-4)  
 - ombreiras entre pilares e pilastras



Não

Ou



Óstia, janela nos *horrea* republicanos

Arcos de descarga, com centro nas aberturas...

Blocos (*uittatum*) Tijolos



Tijolo Tijolo

Vitrúvio

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos históricos

... E mais além

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



FIGURA 51 - MAIS SOBRE FUNDAÇÕES (SUMÁRIO: 6.8.1; 1.5.1; 3.1.1-2; 5.3.3.; 6.8.1; 6.8.2-4; 6.8.4).

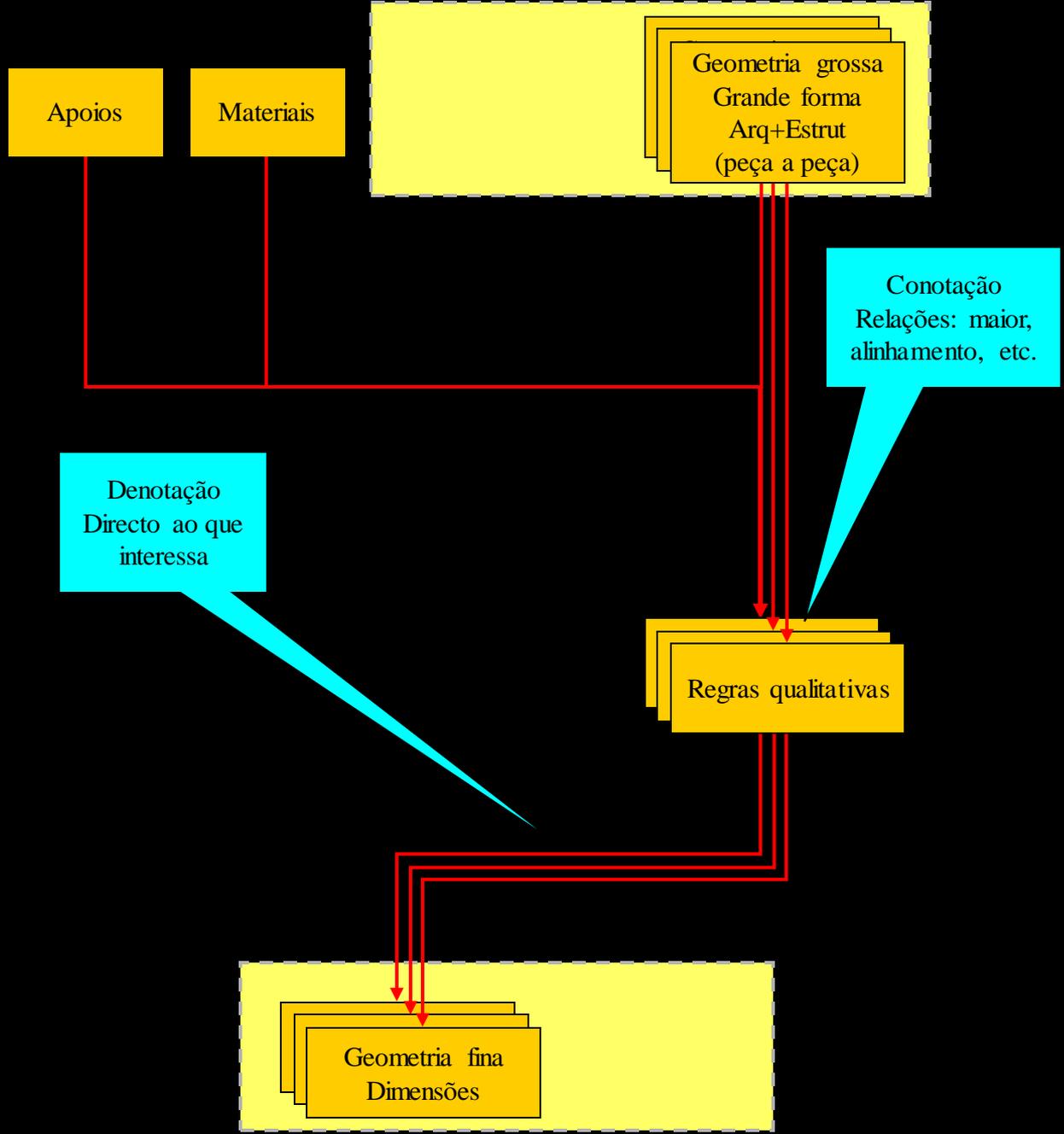
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

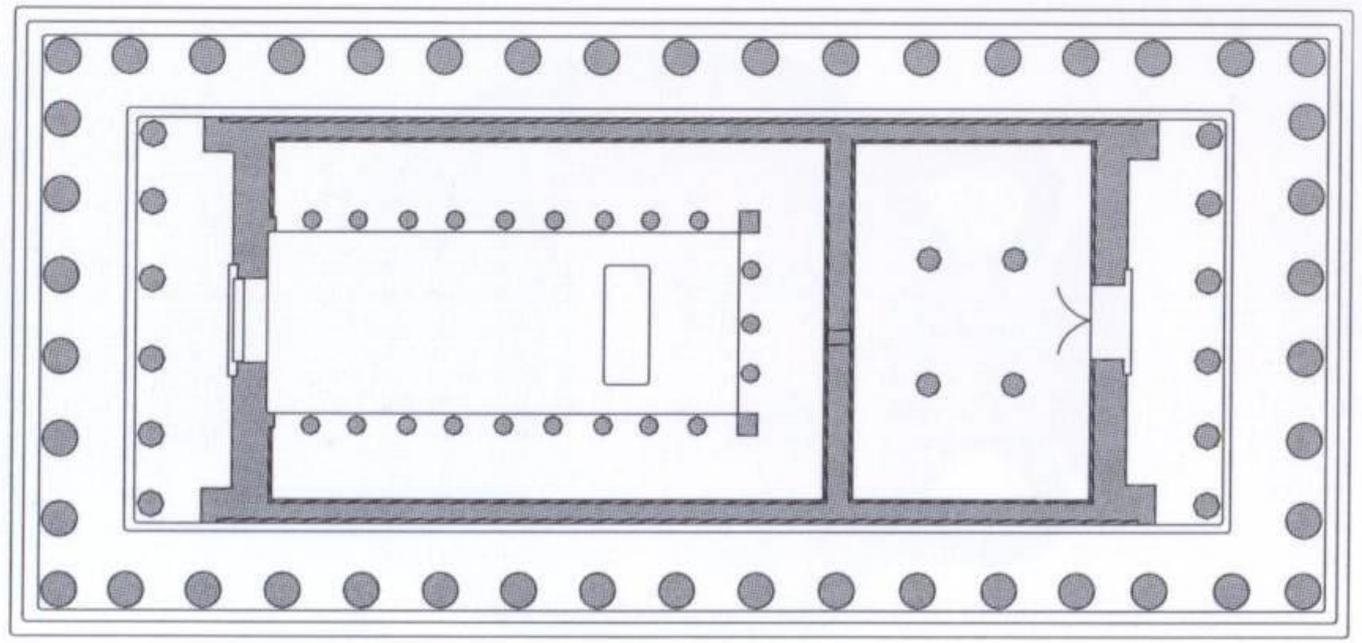
## Modelo Vitruvius

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



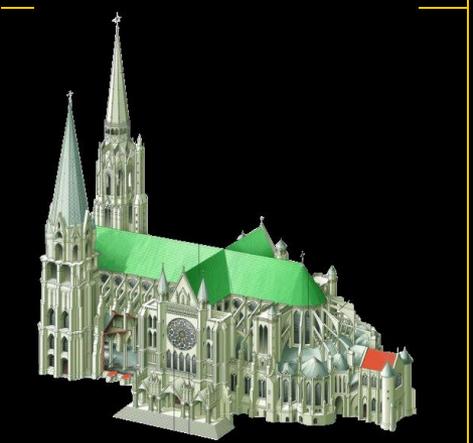
- Engenharia de estruturas
- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além



# Erro de Vitrúvio

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

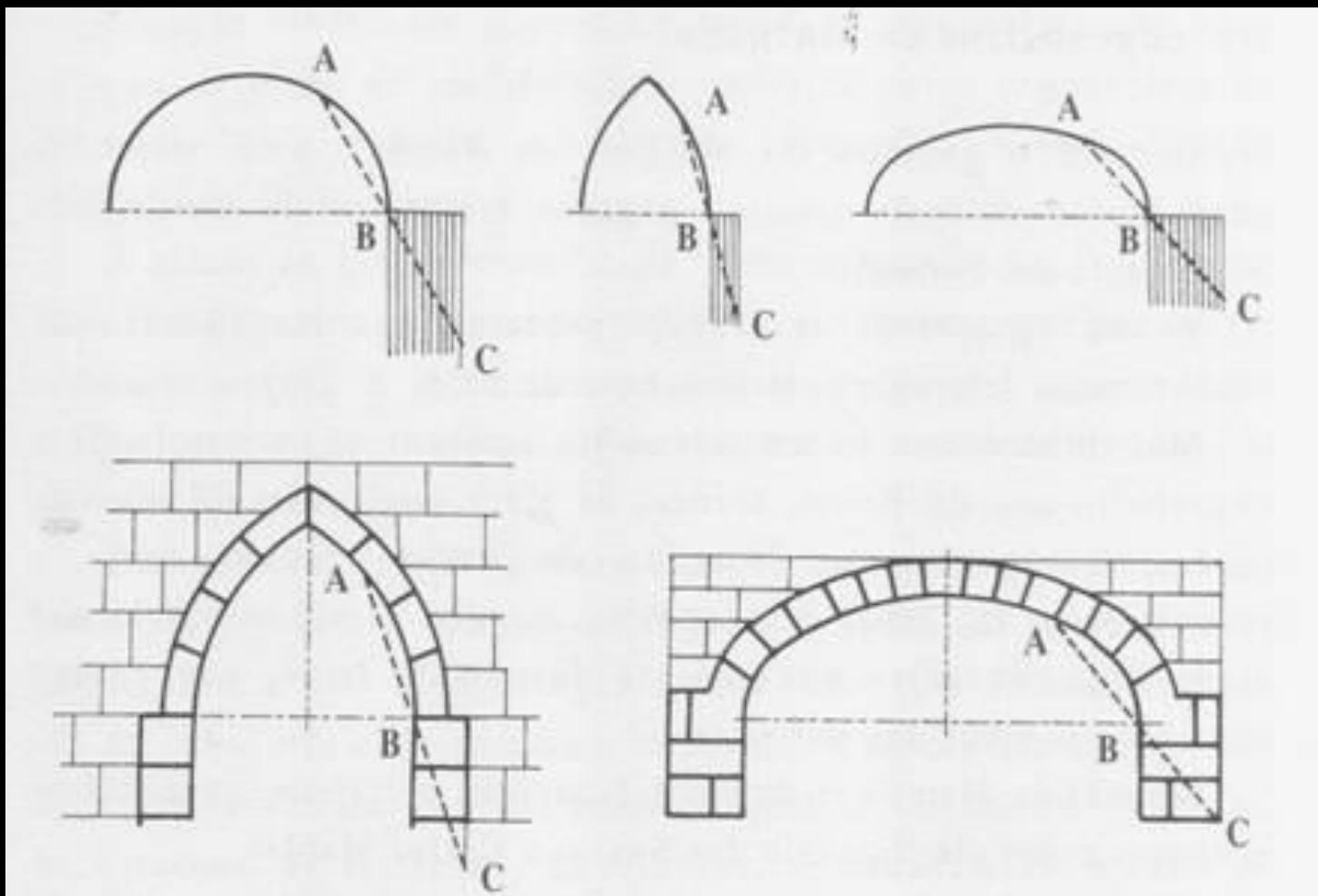
Ensinaamentos históricos

... E mais além

Regras empíricas

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



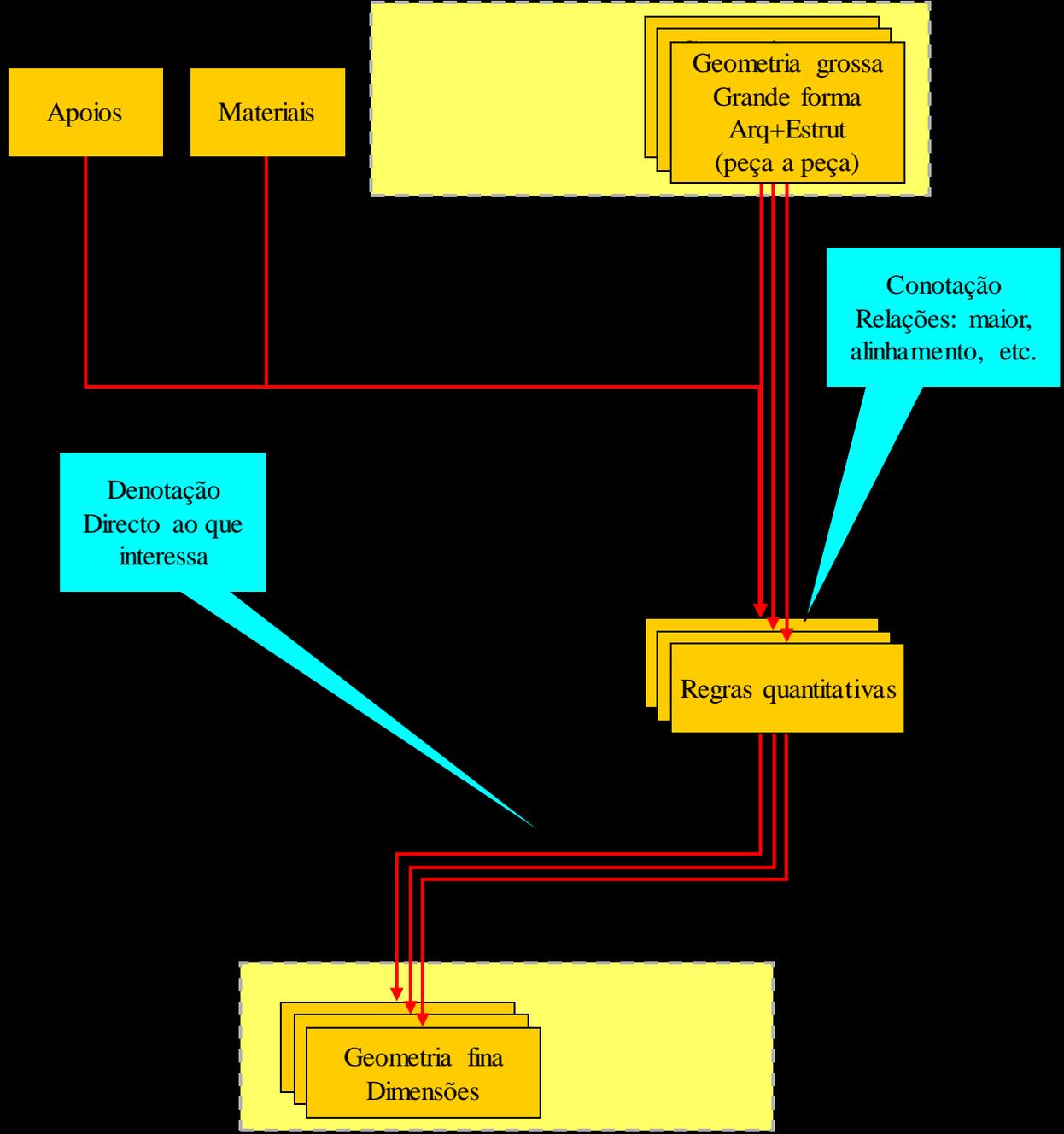
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo medieval

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



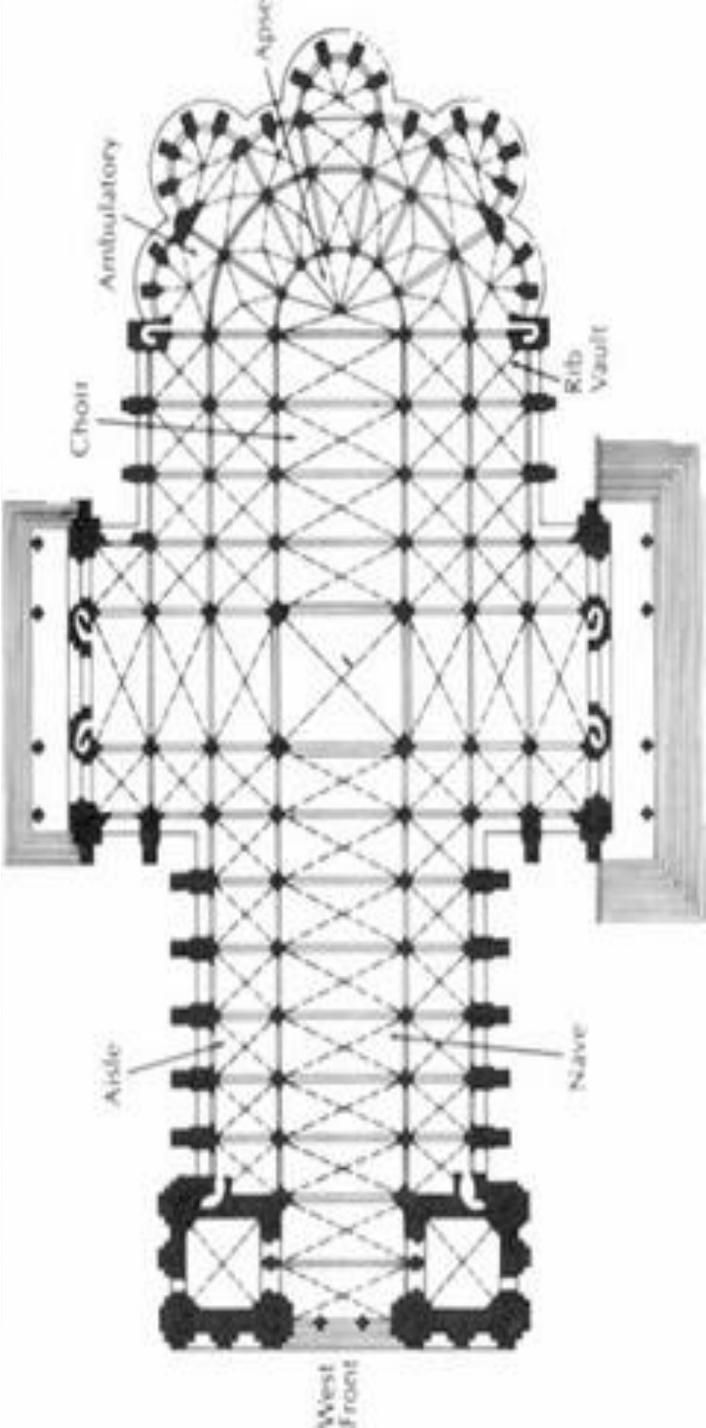
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

... mas  
construíam isto...  
Catedral de Beauvais

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinos  
históricos

... E mais além

## Estática

Franklin Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinos históricos



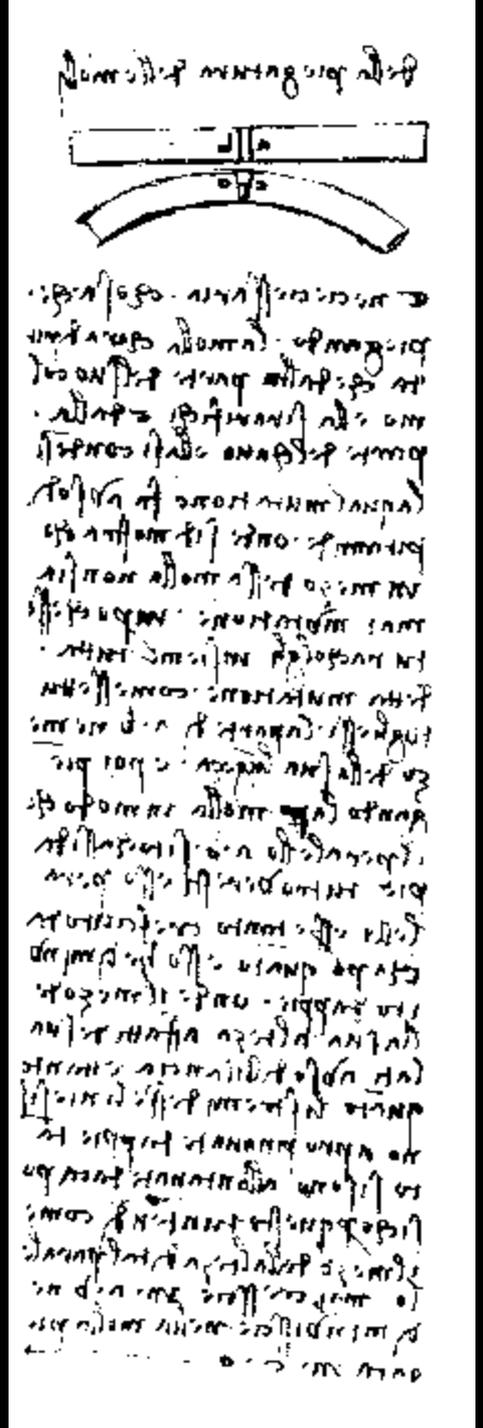
**Engenharia de estruturas**

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

# Leonardo da Vinci – teoria da viga

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

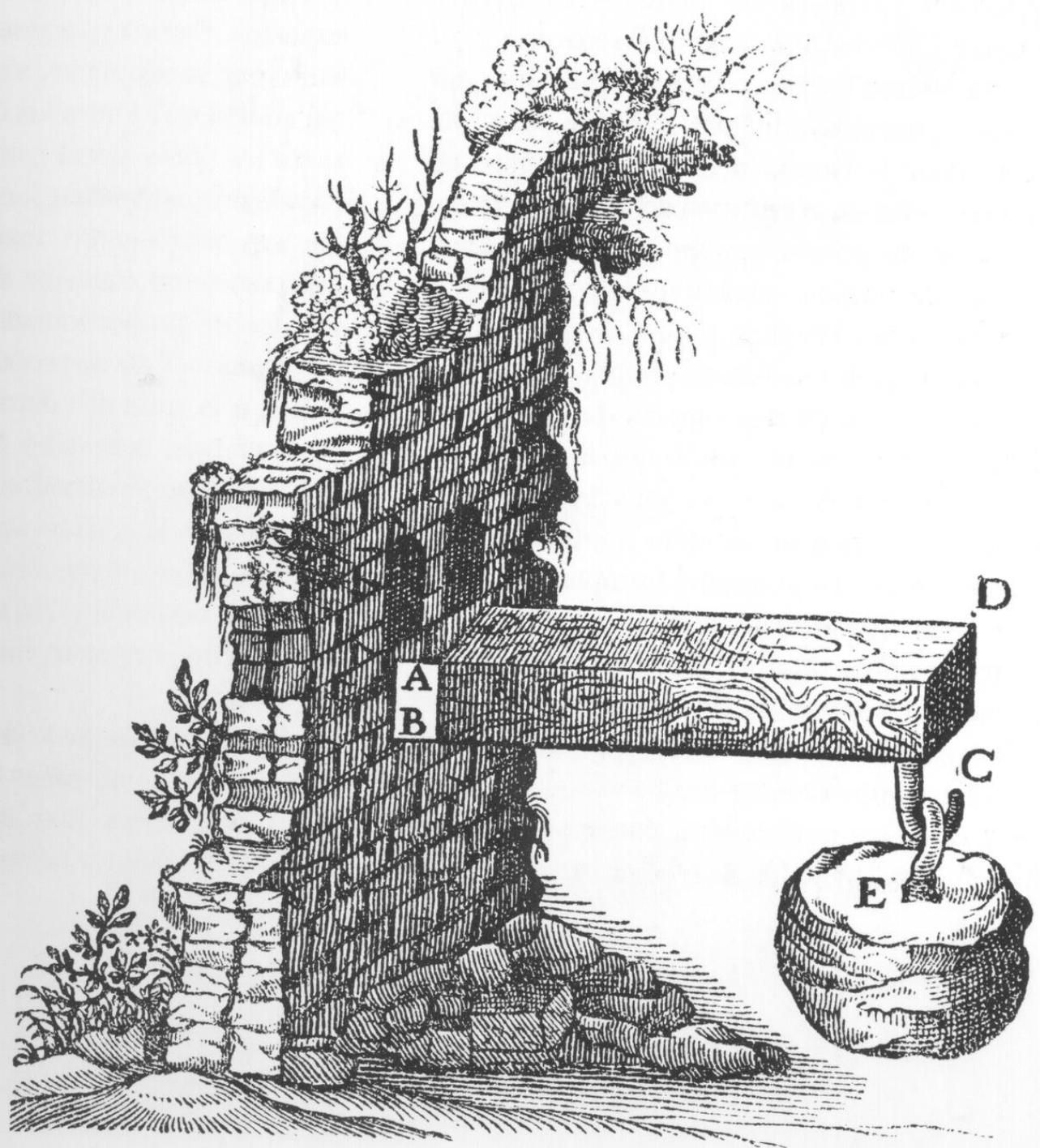
Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

## Teoria

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



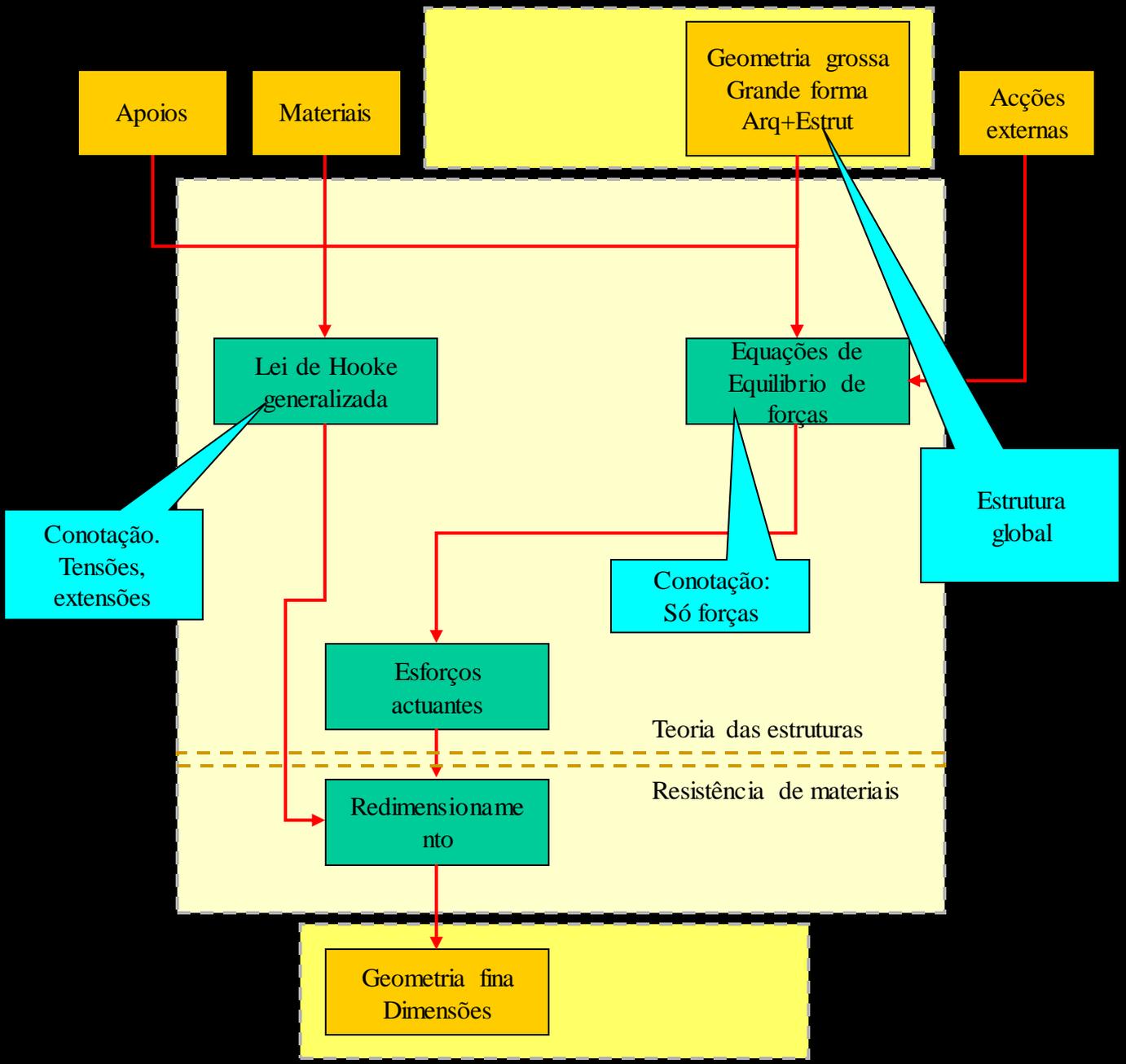
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo: Estática

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



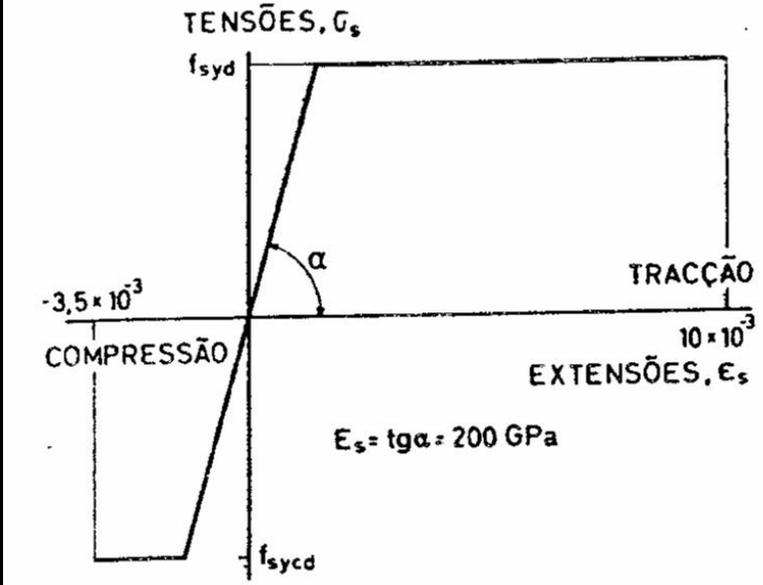
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

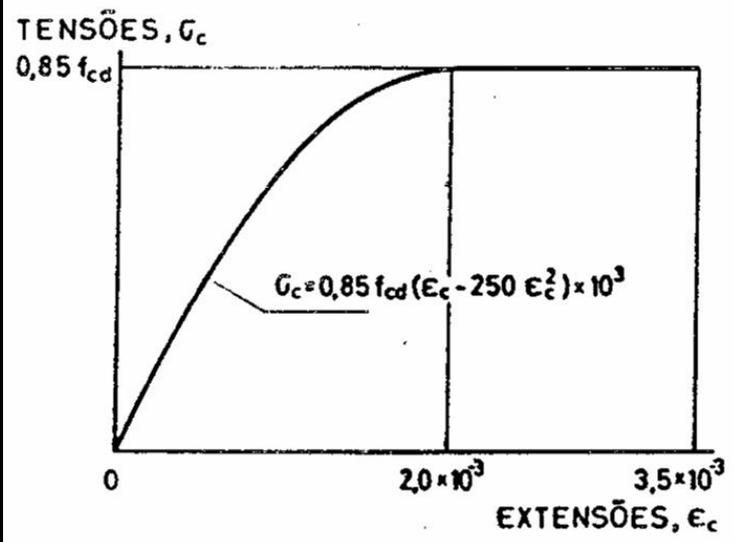
Comportamentos dos materiais

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Aços	$f_{syd}$ (MPa)
A235	204
A400	348
A500	435



Classe do betão	$f_{cd}$ (MPa)	$0,85 f_{cd}$ (MPa)
B15	8,0	6,8
B20	10,7	9,1
B25	13,3	11,3
B30	16,7	14,2
B35	20,0	17,0
B40	23,3	19,8
B45	26,7	22,7
B50	30,0	25,5
B55	33,3	28,3

Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

## A.- Física dos Meios Contínuos

### A1.- Estado de Deformação

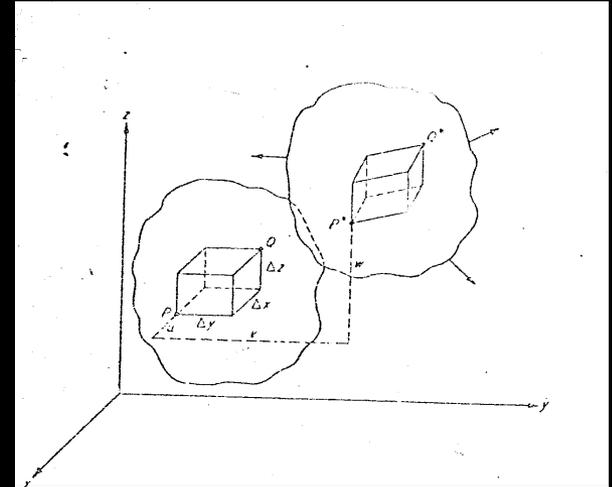
Franklim Moraes

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



- Deslocamentos infinitesimais de pequena dimensão relativamente à dimensão do corpo

$$x'_i = x_i + u_i \cdot$$



- Deformações infinitesimais

$$e_{ik} = \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = u_{i,k}$$

$$e_{ik} = d_{ik} + \omega_{ik}$$

$$d_{ik} = \frac{1}{2}(e_{ik} + e_{ki}) = \frac{1}{2}(u_{i,k} + u_{k,i})$$

$$\omega_{ik} = \frac{1}{2}(e_{ik} - e_{ki}) = \frac{1}{2}(u_{i,k} - u_{k,i})$$

- Tensor das deformações
- Tensor das rotações

## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinos  
históricos

... E mais além

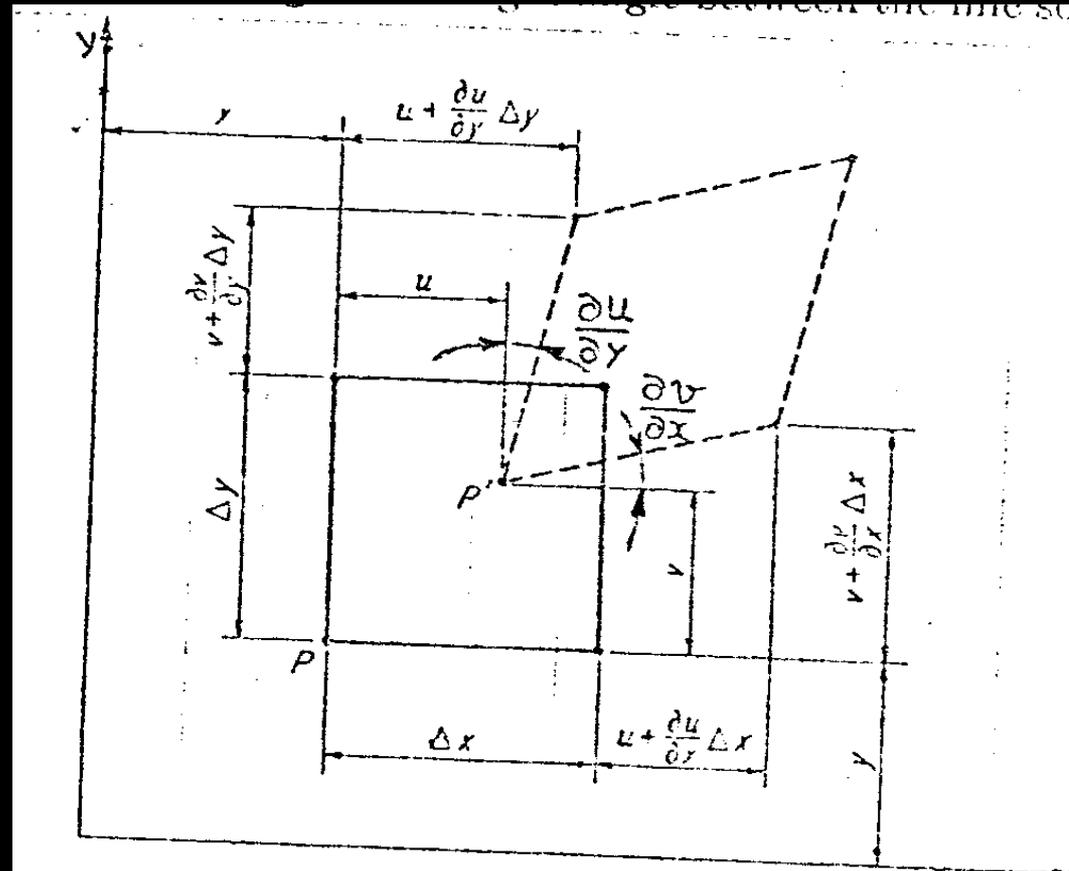
# deformações homogêneas na vizinhança do ponto infinitesimal

Franklin Moraes

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinos históricos



- Planos transformam-se em planos
  - Rectas transformam-se em rectas
  - Planos paralelos transformam-se em planos paralelos
  - Rectas paralelas transformam-se em rectas paralelas
- 
- Paralelepípedo rectângulo transforma-se num paralelepípedo geralmente não rectângulo



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

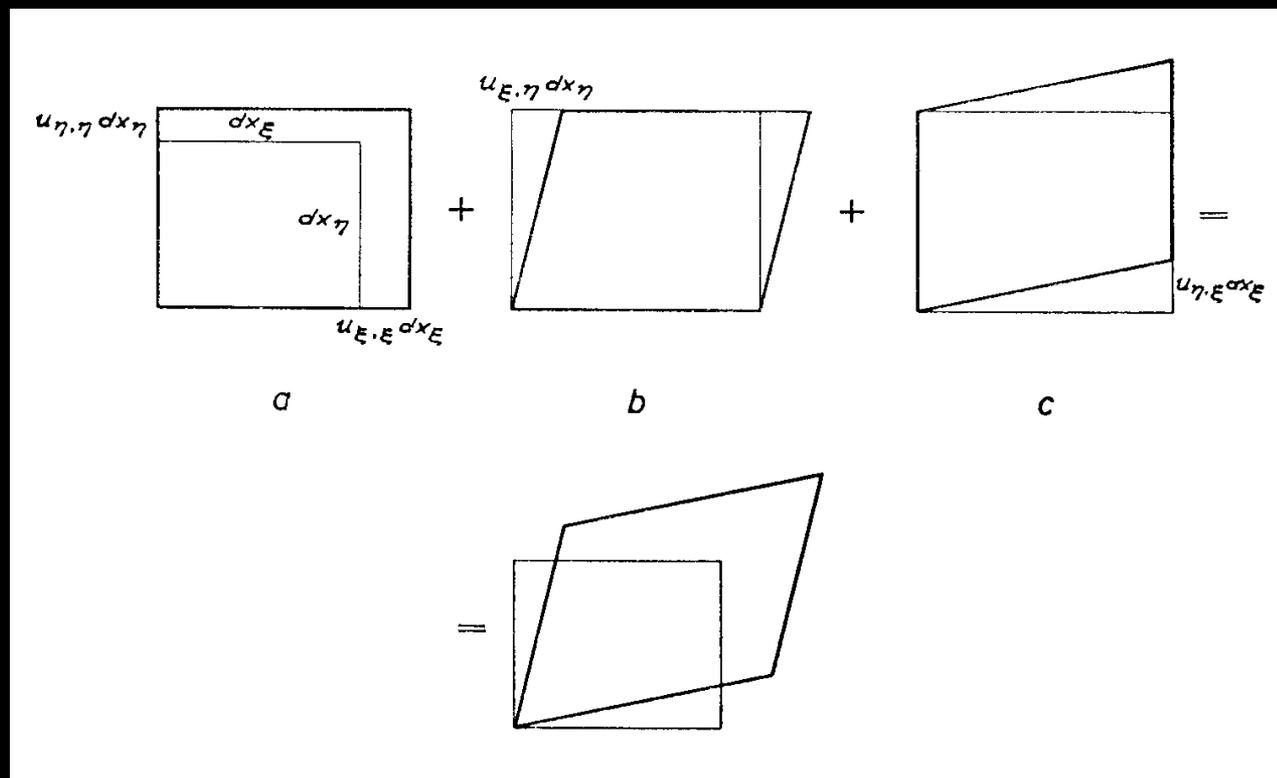
Ensinamentos  
históricos

... E mais além

## Estado de Deformação Componentes da Deformação

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos



$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_x = \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\gamma_y = \gamma_{zx} = \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\gamma_z = \gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinos  
históricos

... E mais além

# Estado de Deformação equações de compatibilidade

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinos históricos



- Deve haver compatibilidade das deformações dos elementos infinitesimais nas suas fronteiras, visto que os corpos são simplesmente conexos.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right)$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right)$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right).$$

## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

## Ligações exteriores

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



- Pontos móveis sobre superfície fixa ou linha fixa

$$f_{,i} u_i = 0.$$

- Pontos fixos

$$u_i = 0.$$

## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinamentos  
históricos

... E mais além

## A2. Estado de Tensão

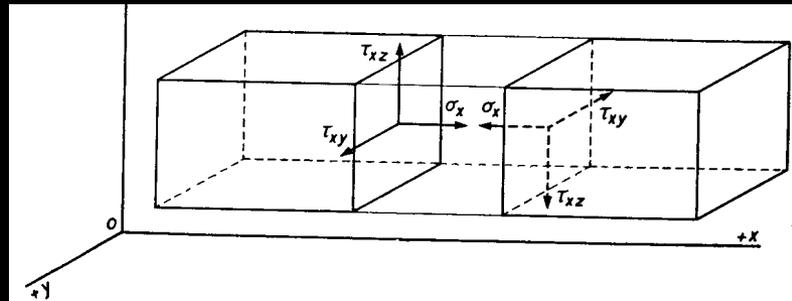
Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos



- Solicitação exterior
  - Forças exteriores
    - Forças de massa, aplicadas a elementos de volume (inércia e gravidade)
    - Forças de superfície, aplicadas no contorno exterior (acções de contacto, vento, etc.)
  - Variações de temperatura ou equivalentes
  - Assentamentos ou Deslocamentos incompatíveis de apoios (são condições fronteira)

- Já não o que origina movimento, mas estado de tensão interno



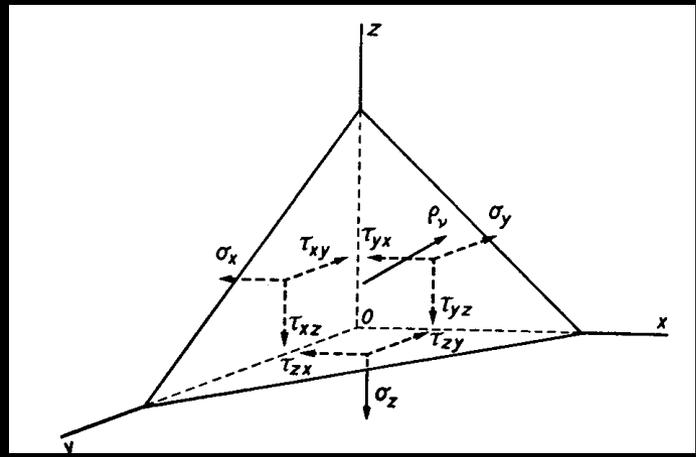
# Tensor das Tensões

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



- Tensor das tensões (já não meramente vectorial), com 9 valores escalares



$$\begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} .$$

Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

Equilíbrio num ponto

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



- Redução a 6 do n.º de grandezas escalares (3 normais e 3 tangenciais)

$$\begin{aligned} \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \tau_x \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz} = \tau_y \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \tau_z \end{aligned}$$

## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

## Acções externas mais uma vez

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



$$\begin{aligned}q_x &= \sigma_x \alpha + \tau_{xy} \beta + \tau_{xz} \gamma \\q_y &= \tau_{yx} \alpha + \sigma_y \beta + \tau_{yz} \gamma \\q_z &= \tau_{zx} \alpha + \tau_{zy} \beta + \sigma_z \gamma.\end{aligned}$$

## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

## Lei de Hooke generalizada

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



- Lei de Hooke generalizada

$$\sigma_x = c_{11} \varepsilon_x + c_{12} \varepsilon_y + c_{13} \varepsilon_z + c_{14} \gamma_{yz} + c_{15} \gamma_{zx} + c_{16} \gamma_{xy}$$

$$\sigma_y = c_{21} \varepsilon_x + c_{22} \varepsilon_y + c_{23} \varepsilon_z + c_{24} \gamma_{yz} + c_{25} \gamma_{zx} + c_{26} \gamma_{xy}$$

$$\sigma_z = c_{31} \varepsilon_x + c_{32} \varepsilon_y + c_{33} \varepsilon_z + c_{34} \gamma_{yz} + c_{35} \gamma_{zx} + c_{36} \gamma_{xy}$$

$$\tau_{yz} = c_{41} \varepsilon_x + c_{42} \varepsilon_y + c_{43} \varepsilon_z + c_{44} \gamma_{yz} + c_{45} \gamma_{zx} + c_{46} \gamma_{xy}$$

$$\tau_{zx} = c_{51} \varepsilon_x + c_{52} \varepsilon_y + c_{53} \varepsilon_z + c_{54} \gamma_{yz} + c_{55} \gamma_{zx} + c_{56} \gamma_{xy}$$

$$\tau_{xy} = c_{61} \varepsilon_x + c_{62} \varepsilon_y + c_{63} \varepsilon_z + c_{64} \gamma_{yz} + c_{65} \gamma_{zx} + c_{66} \gamma_{xy}.$$

## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

Estado de tensão  
deformação 3D

Franklin Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos

$$\begin{bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ e_{xy} \\ e_{yz} \\ e_{zx} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} + \alpha T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

and

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ e_{xy} \\ e_{yz} \\ e_{zx} \end{bmatrix}$$

$$- \frac{E\alpha T}{1-2\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

Estado de tensão deformação 2D

$$\begin{bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1 + \nu}{E} \begin{bmatrix} 1 - \nu & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 - \nu & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} + (1 + \nu)\alpha T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1 - \nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{xy} \end{bmatrix} - \frac{E\alpha T}{1 - 2\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Estado de tensão deformação - material elástico

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



- Caso geral do material elástico (36 constantes elásticas)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} \end{bmatrix}$$

Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinos históricos
- ... E mais além

Estado de tensão de deformação - material elástico anisotrópico

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



- Material elástico homogéneo mas anisotrópico (21 constantes elásticas)

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{12} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix}$$

Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Estado de tensão deformação - material elástico simétrico

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



- Material elástico homogéneo com simetria relativamente a um plano (13 constantes elásticas)

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{12} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & \cdot & \cdot \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & \cdot & \cdot \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & \cdot & \cdot \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{55} & C_{56} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix}$$

Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

Estado de tensão de deformação - material elástico simétrico

Franklim Moraes

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



- Material elástico homogéneo com simetria relativamente a dois ou três planos ou simetria em relação a um eixo (9 constantes elásticas)

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{12} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & C_{44} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{55} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix}$$

Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

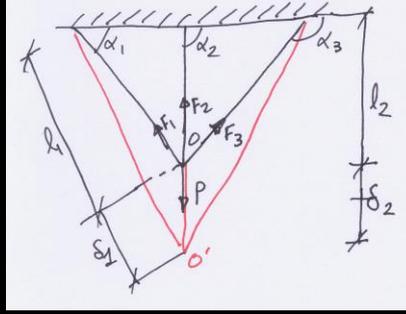
Ensinaamentos históricos

... E mais além

Exemplo 0 – peso pendurado em 3 cabos

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



$$\begin{cases} l_{I1} = l_1 \cos \alpha_1 \\ l_{I2} = l_2 \\ l_{I3} = l \cos \alpha_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} l_{F1} = l_{I1} + \delta_1 \\ l_{F2} = l_{I2} + \delta_2 \\ l_{F3} = l_{I3} + \delta_1 \end{cases}$$

$$d / \delta_1 = \delta \cos \alpha_1$$

$$\begin{cases} \epsilon_1 = \frac{l_{F1}}{l_{I1}} - 1 & \epsilon_1 = \frac{\delta_2 \cos^2 \alpha_1}{l_2} \\ \epsilon_2 = \frac{l_{F2}}{l_{I2}} - 1 & \epsilon_2 = \frac{\delta_2}{l_2} \\ \epsilon_3 = \frac{l_{F3}}{l_{I3}} - 1 & \epsilon_3 = \epsilon_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nu_1 = \epsilon_1 \epsilon_1 \\ \nu_2 = \epsilon_2 \epsilon_2 \\ \nu_3 = \epsilon_3 \epsilon_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{F_1 \delta_2 \cos^2 \alpha_1}{l_2} \\ \sigma_2 = \frac{E_2 \delta_2}{l_2} \\ \nu_3 = \nu_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_1 = \sigma_1 A_1 \\ F_2 = \sigma_2 A_2 \\ F_3 = \sigma_3 A_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_1 = \frac{A_1 E_1 \delta_2 \cos^2 \alpha_1}{l_2} \\ F_2 = \frac{A_2 E_2 \delta_2}{l_2} \\ F_3 = F_1 \end{cases} \left\{ F_2 = F_1 \cos^2 \alpha_1 \frac{A_2 E_2}{A_1 E_1} \right.$$

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = P \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{1x} = F_1 \cos \alpha_1 \\ F_{2x} = F_2 \cos \alpha_2 \\ F_{3x} = F_3 \cos \alpha_3 \\ F_{1y} = F_1 \sin \alpha_1 \\ F_{2y} = F_2 \sin \alpha_2 \\ F_{3y} = F_3 \sin \alpha_3 \end{cases} \left\{ F_2 + 2F_1 \cos \alpha_2 = P \right.$$

$$F_2 = \frac{P}{1 + 2 \cos^3 \alpha \left[ \frac{A_2 E_2}{A_1 E_1} \right]}$$

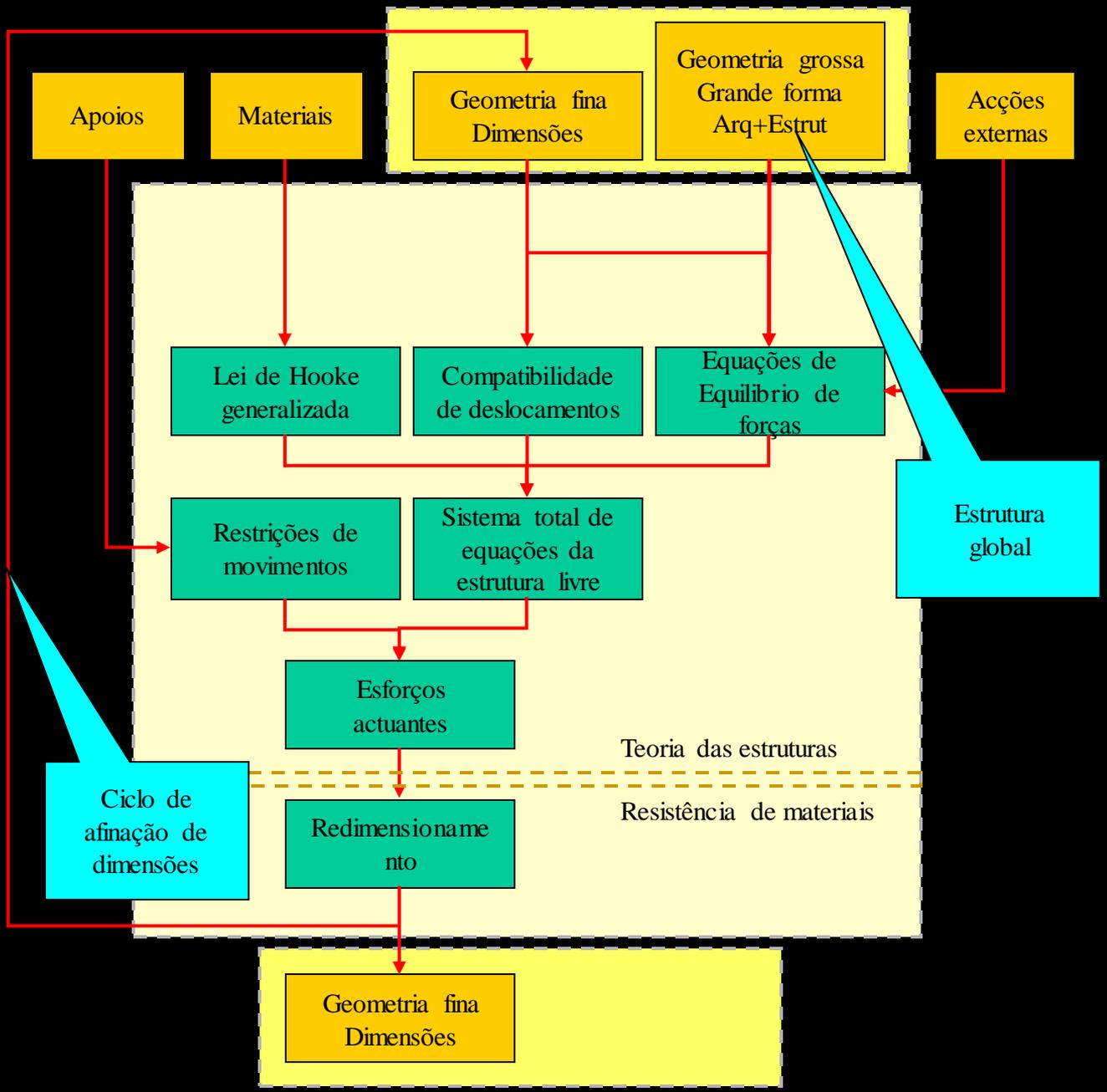
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo TE+RM

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Teoria das estruturas

Resistência de materiais

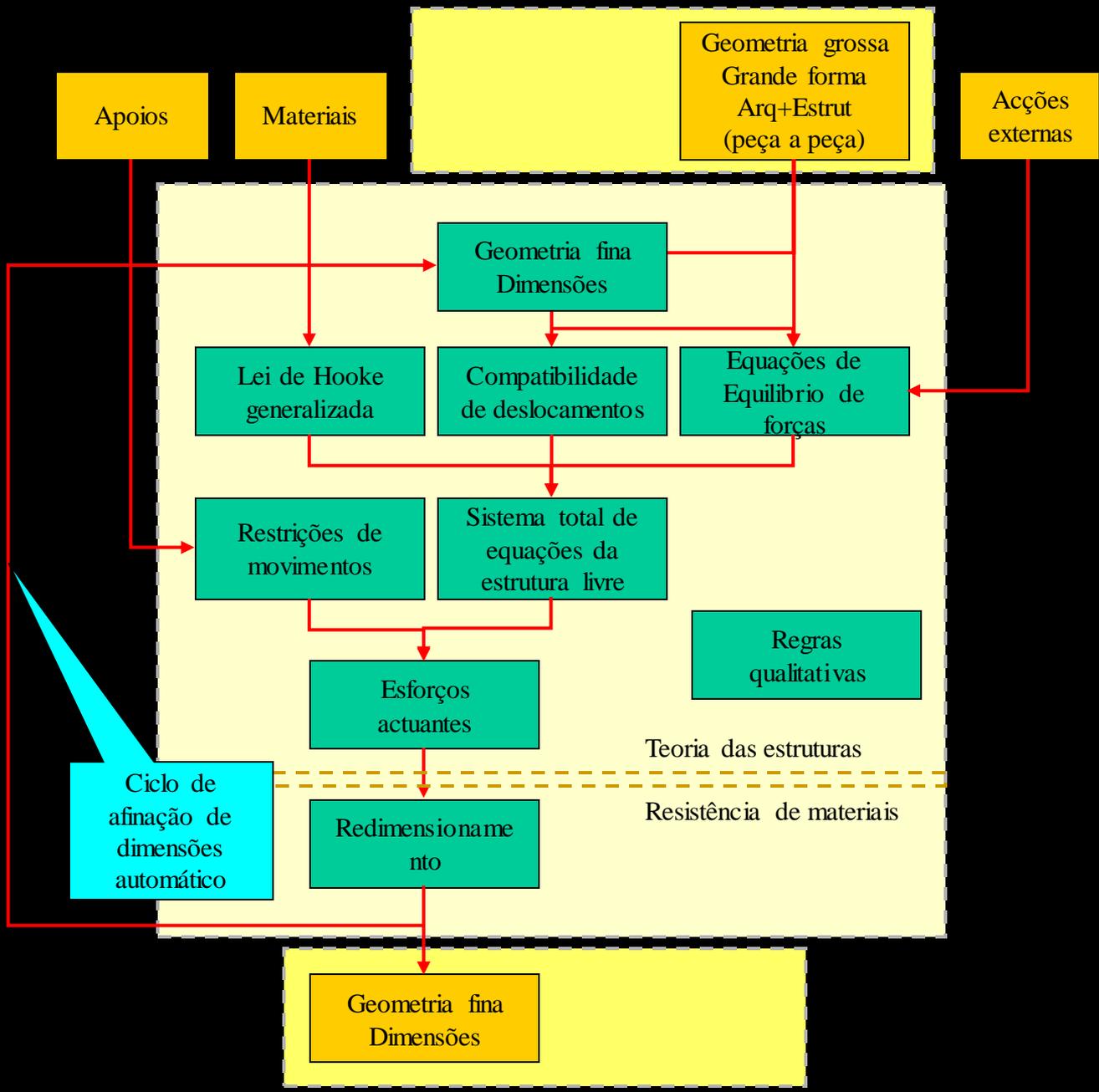
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Modelo TE+RM  
optimização do dimensionamento

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



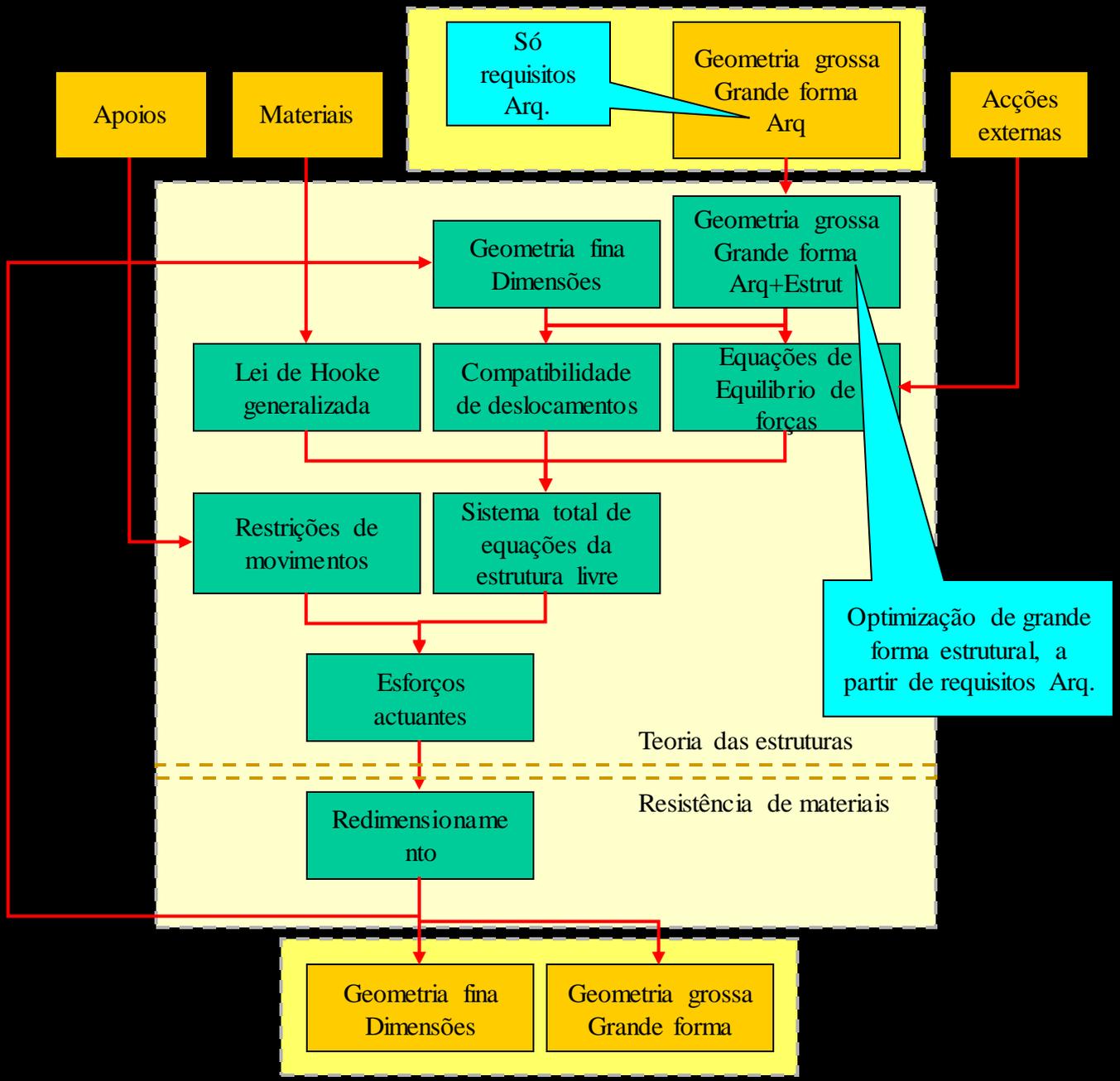
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Modelo TE+RM  
 (ou teoria do campo)  
 Síntese

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

Teorema dos  
trabalhos virtuais

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos

$$\int_V X_i \delta u_i dV + \int_{\Omega} q_i \delta u_i d\Omega = \int_V t_{ik} \delta d_{ik} dV,$$

como se pretendia mostrar

Chamando *trabalho de deformação*, ou *trabalho interno de deformação*, ao trabalho despendido na deformação do corpo, que é medido pela correspondente variação da energia potencial elástica, o teorema dos trabalhos virtuais pode então enunciar-se assim: é condição necessária e suficiente para que um corpo esteja em equilíbrio elástico sob a acção dum sistema dado de forças exteriores, que, numa deformação virtual do corpo, o trabalho virtual das forças exteriores seja igual ao trabalho virtual de deformação.

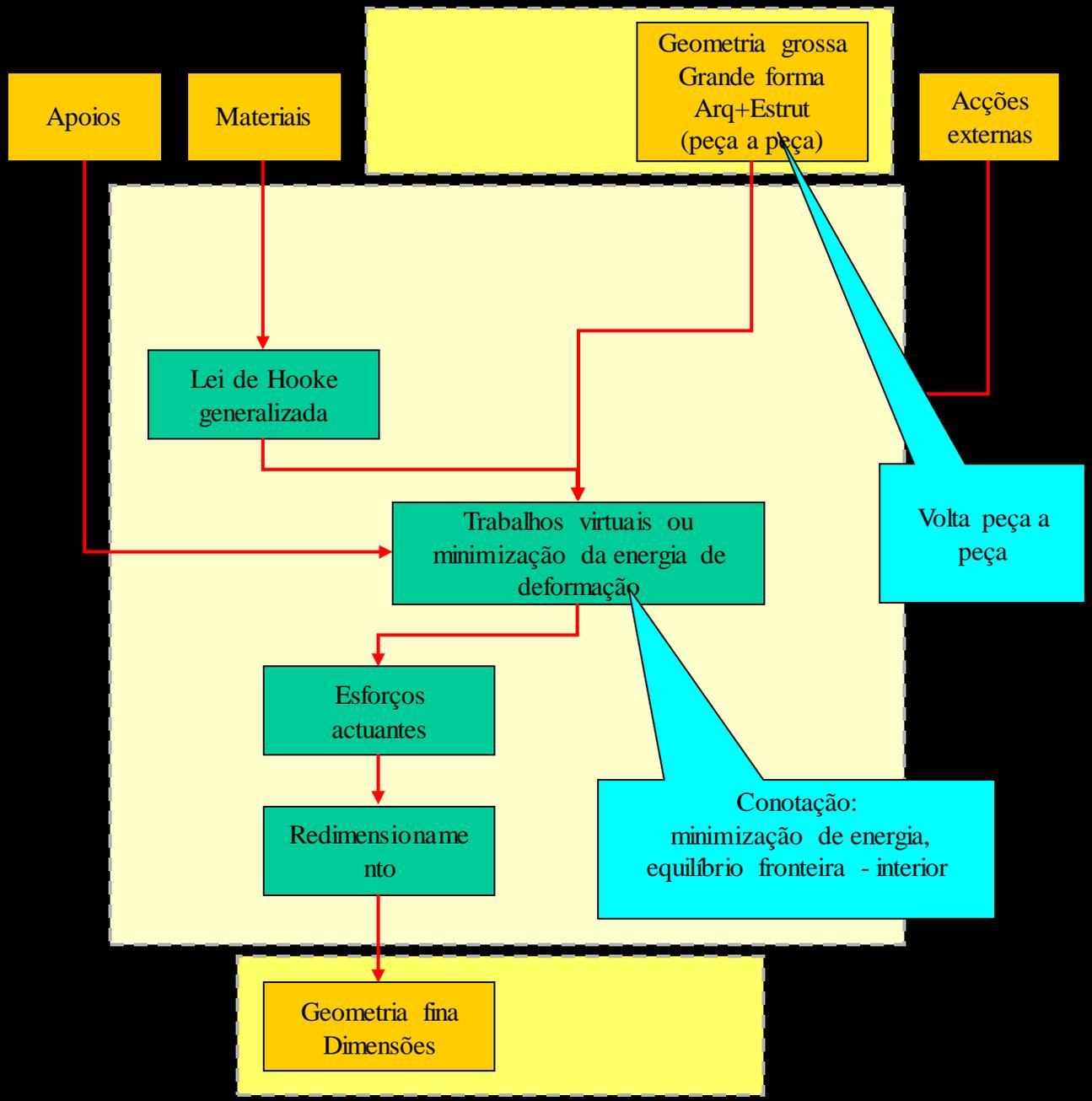
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo: Teoria de campo

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



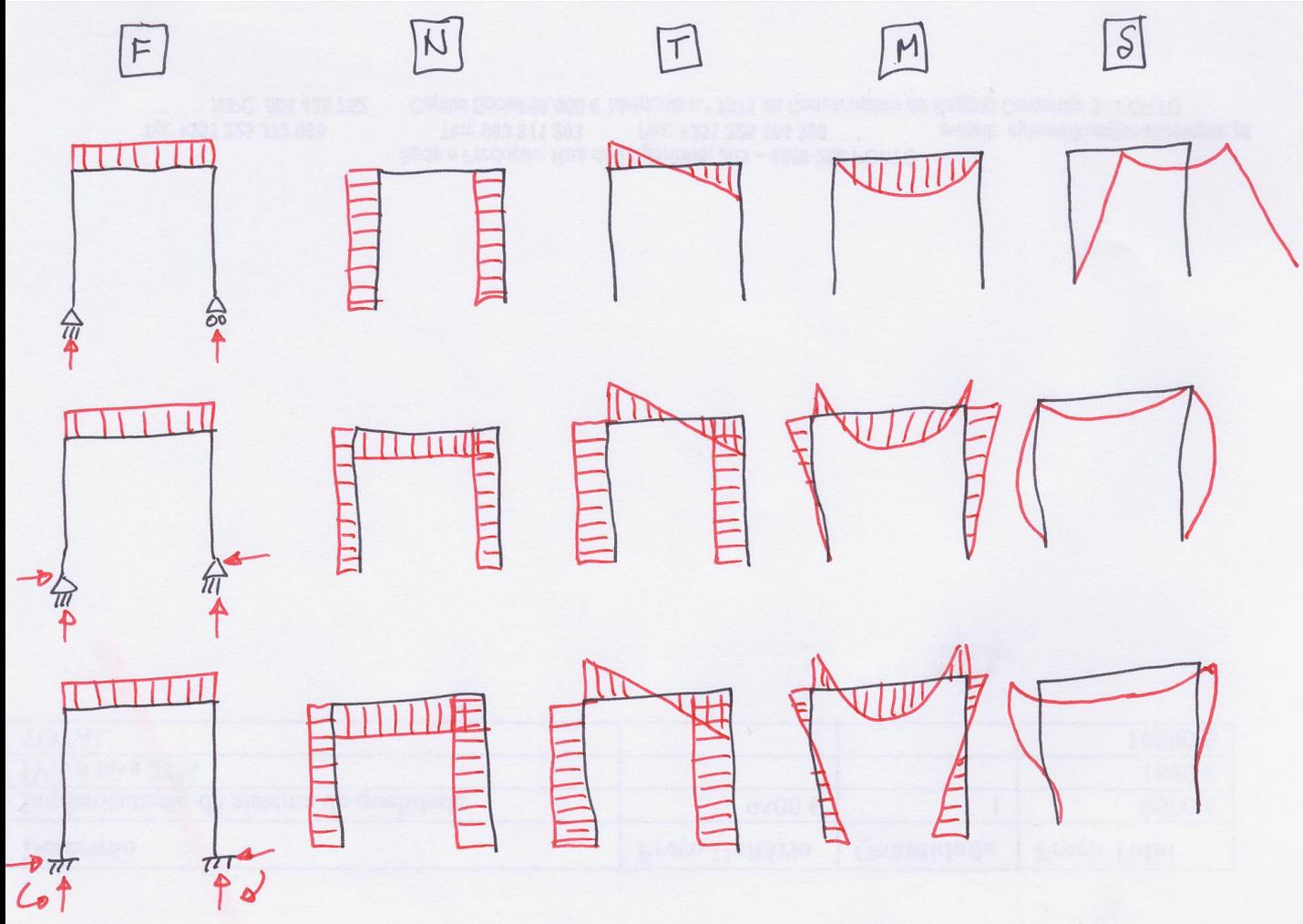
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Diagramas de esforços – dependem das condições fronteira

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



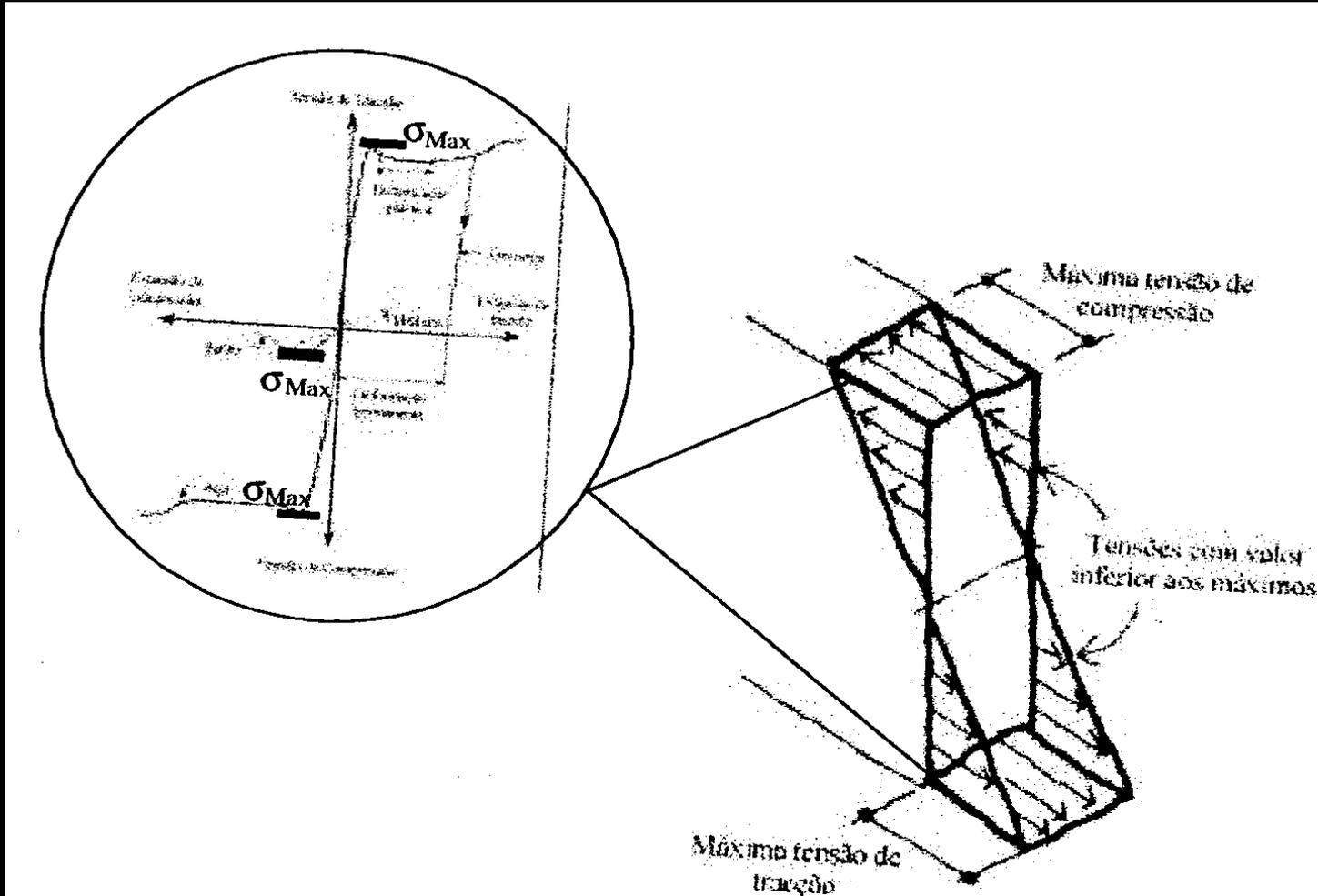
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

Dimensionamento

Franklim Morais

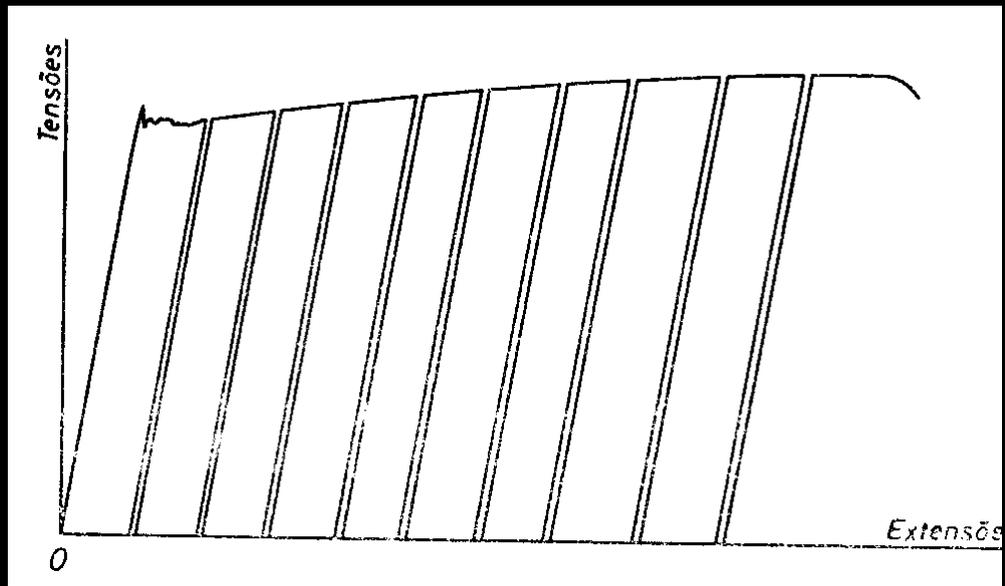
métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

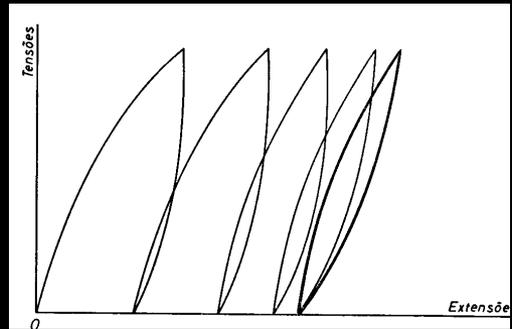
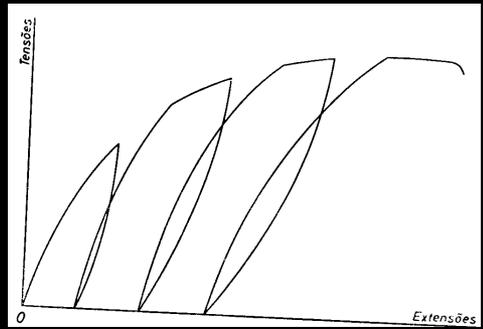
- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

Não linearidade



Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



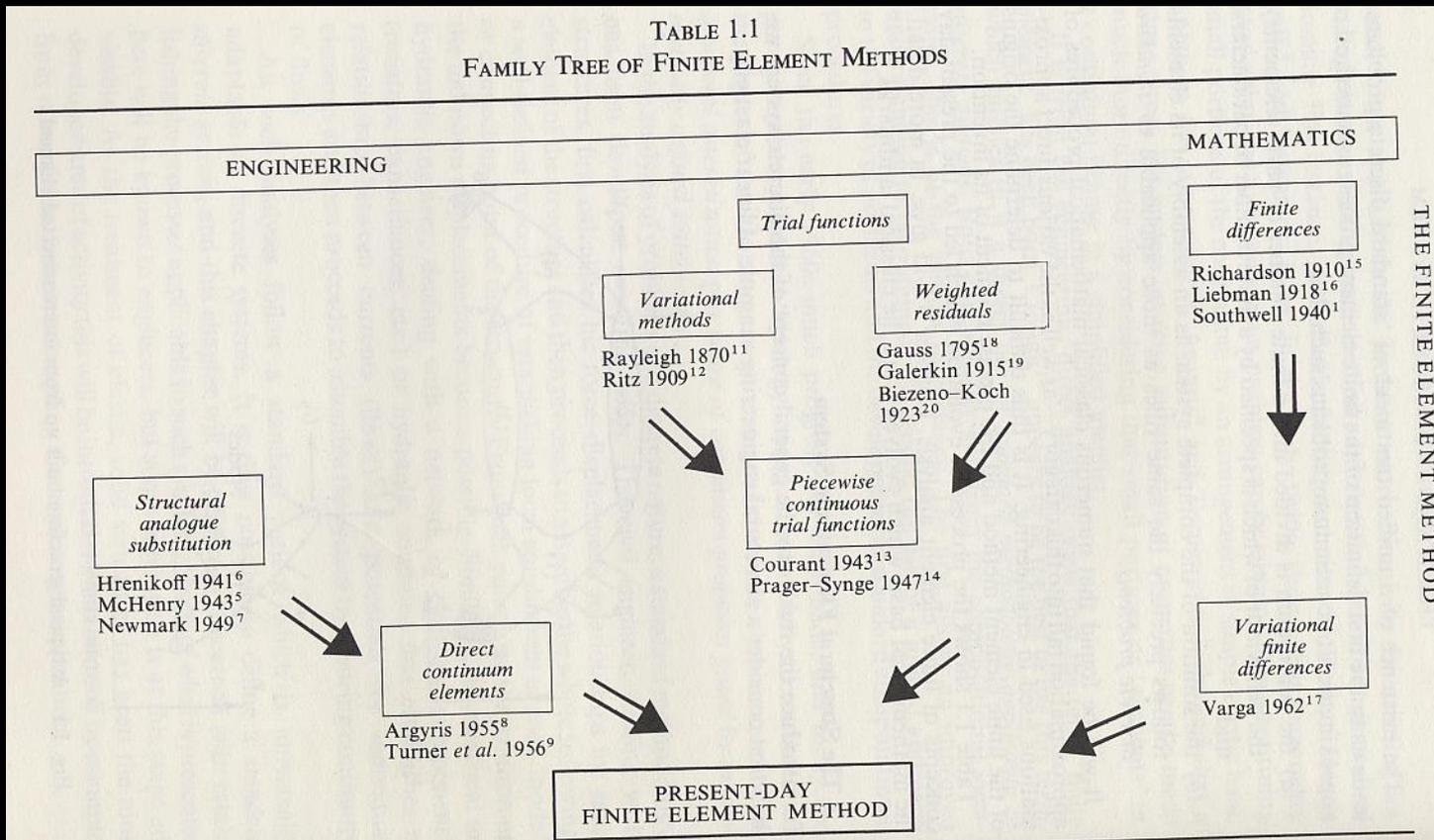
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Métodos computacionais - história

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



# Métodos computacionais – elemento finito

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos

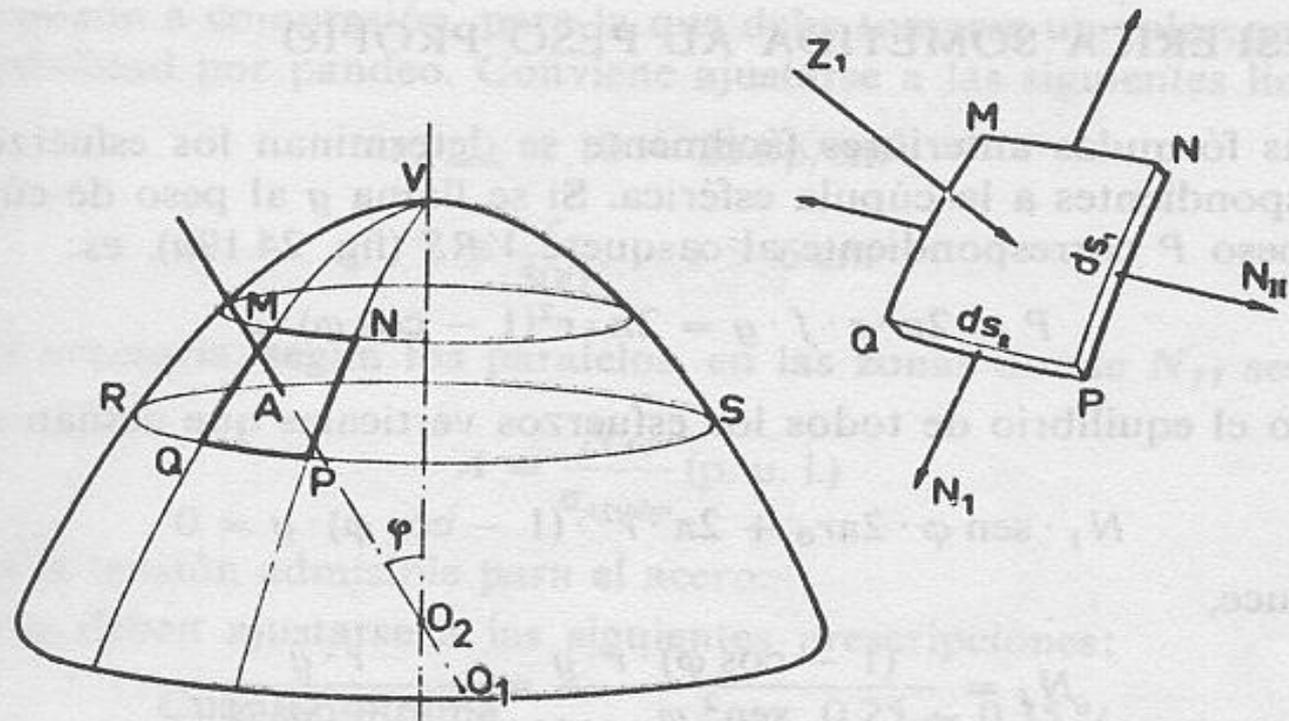


$$N_{\varphi} = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \left[ \frac{1}{r_1} \left( \frac{dv}{d\varphi} - w \right) + \frac{\nu}{r_2} (v \cot \varphi - w) \right]$$

$$N_{\theta} = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \left[ \frac{1}{r_2} (v \cot \varphi - w) + \frac{\nu}{r_1} \left( \frac{dv}{d\varphi} - w \right) \right]$$

$$M_{\varphi} = -D \left[ \frac{1}{r_1} \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{v}{r_1} + \frac{dw}{r_1 d\varphi} \right) + \frac{\nu}{r_2} \left( \frac{v}{r_1} + \frac{dw}{r_1 d\varphi} \right) \cot \varphi \right]$$

$$M_{\theta} = -D \left[ \left( \frac{v}{r_1} + \frac{dw}{r_1 d\varphi} \right) \frac{\cot \varphi}{r_2} + \frac{\nu}{r_1} \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{v}{r_1} + \frac{dw}{r_1 d\varphi} \right) \right]$$



Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

Métodos computacionais - malhas

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos

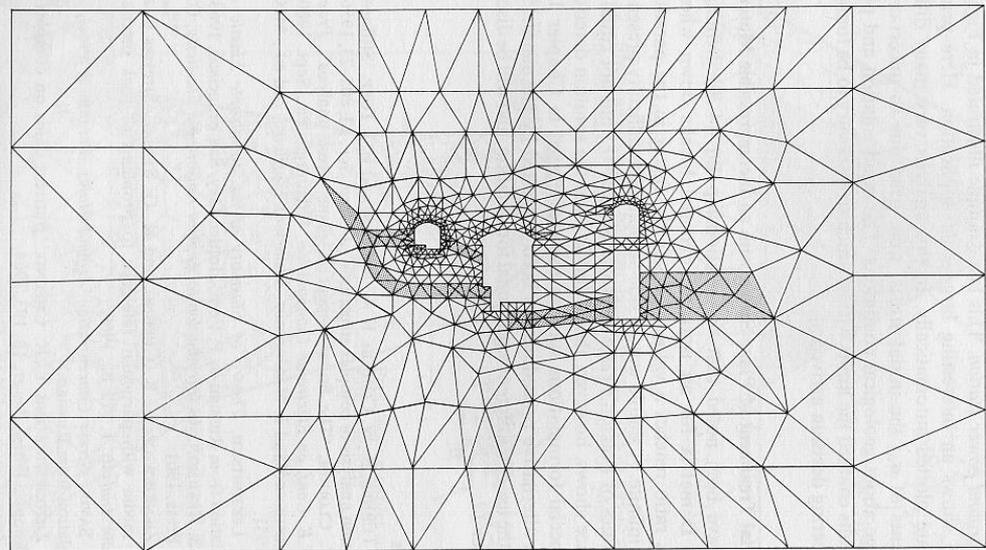


Fig. 4.14 An underground power station. Mesh used in analysis.

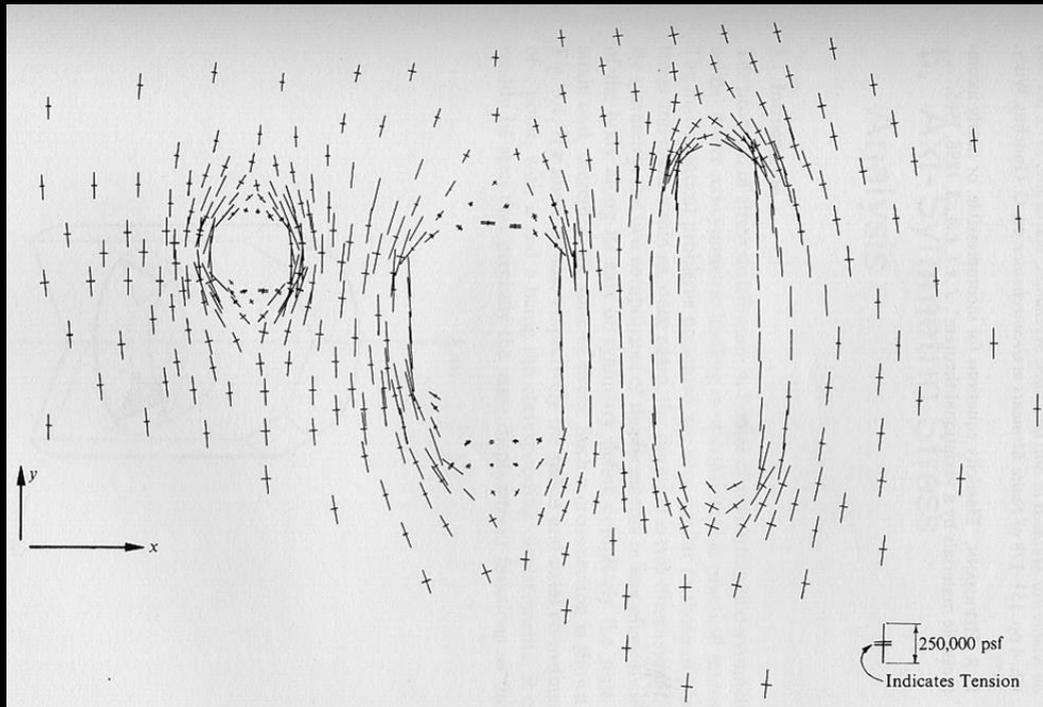


Fig. 4.15 An underground power station. Plot of principal stresses.

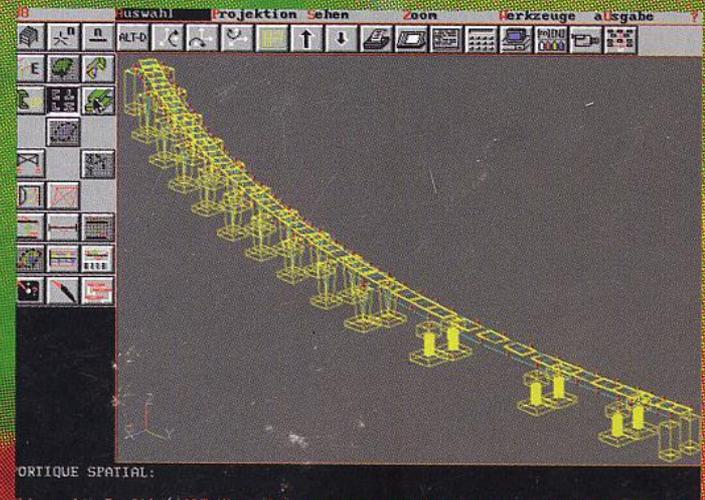
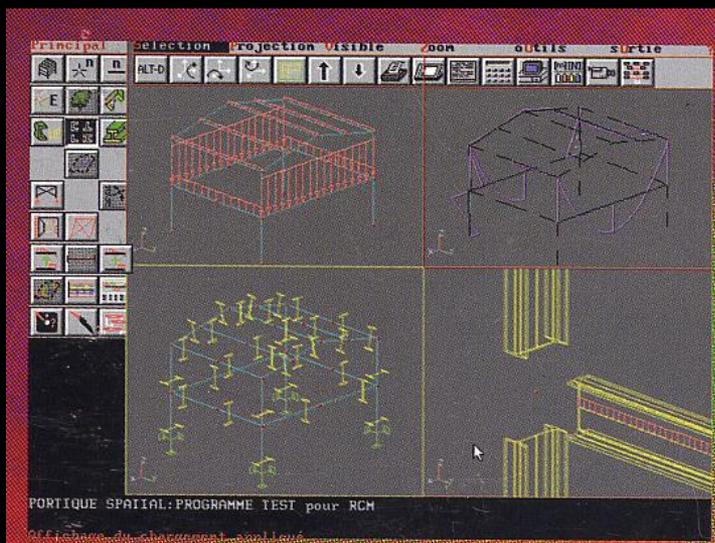
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

Métodos computacionais - edição

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



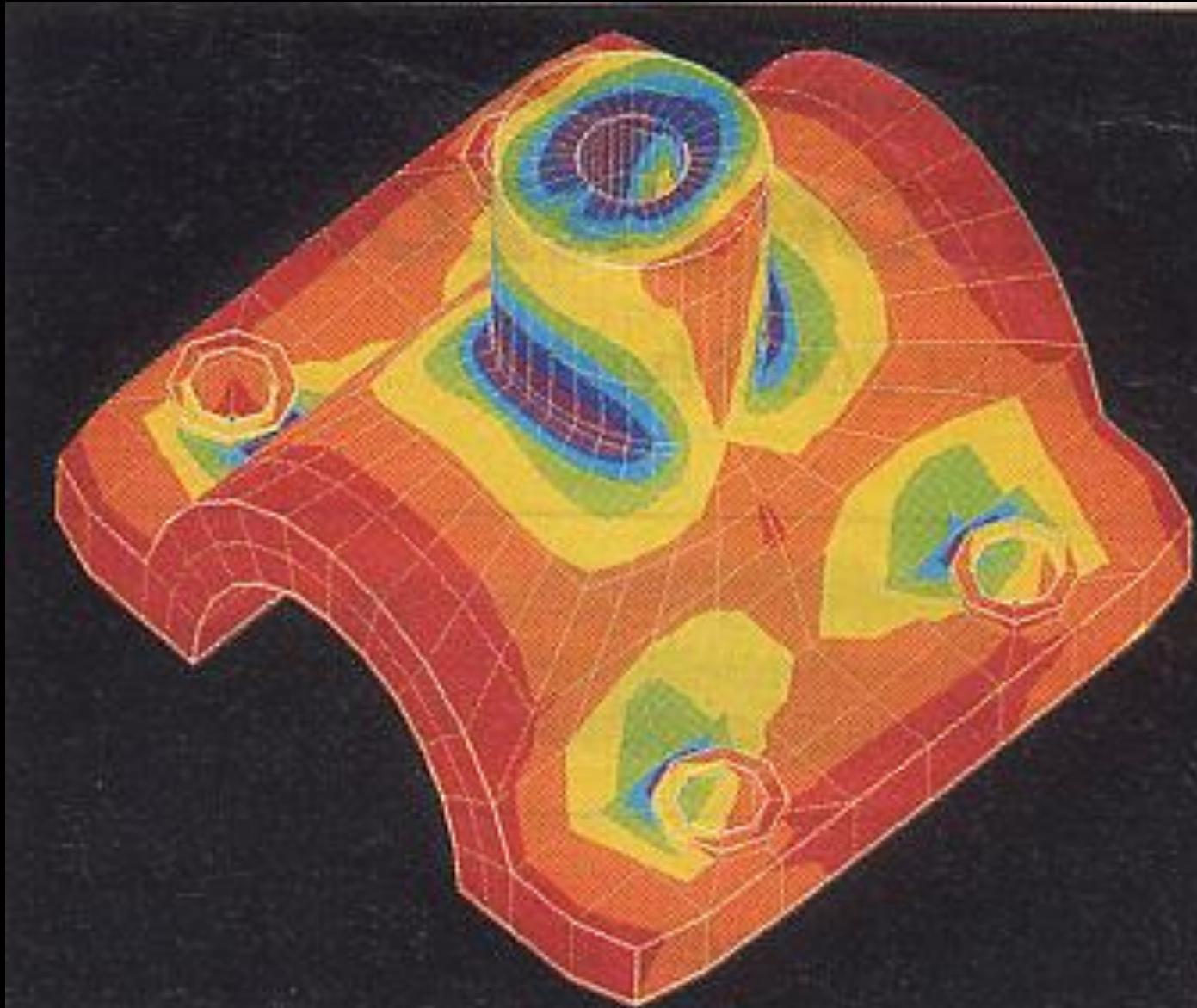
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

Métodos computacionais - rendering

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

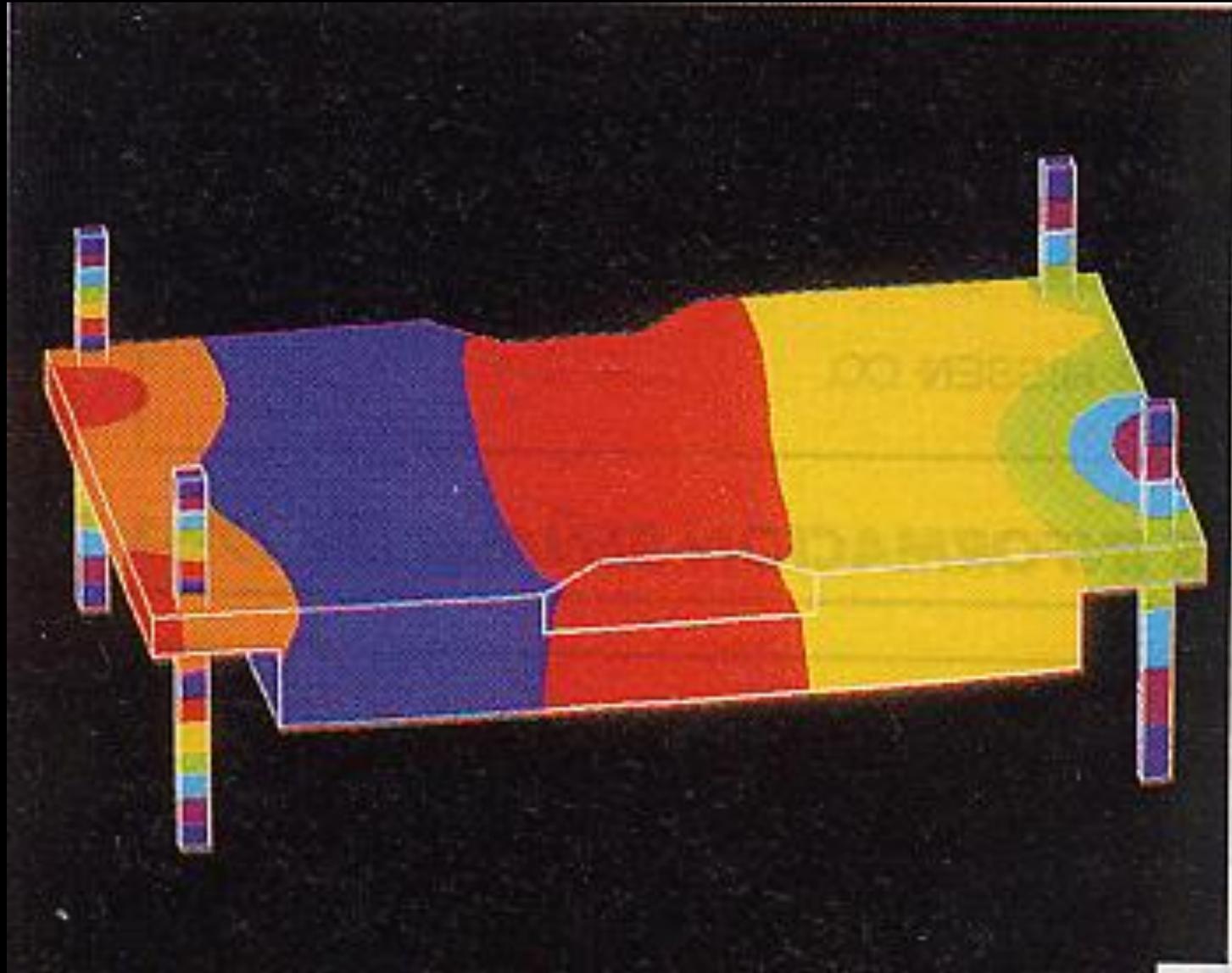
Ensinos  
históricos

... E mais além

## Métodos computacionais - rendering

Franklin Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

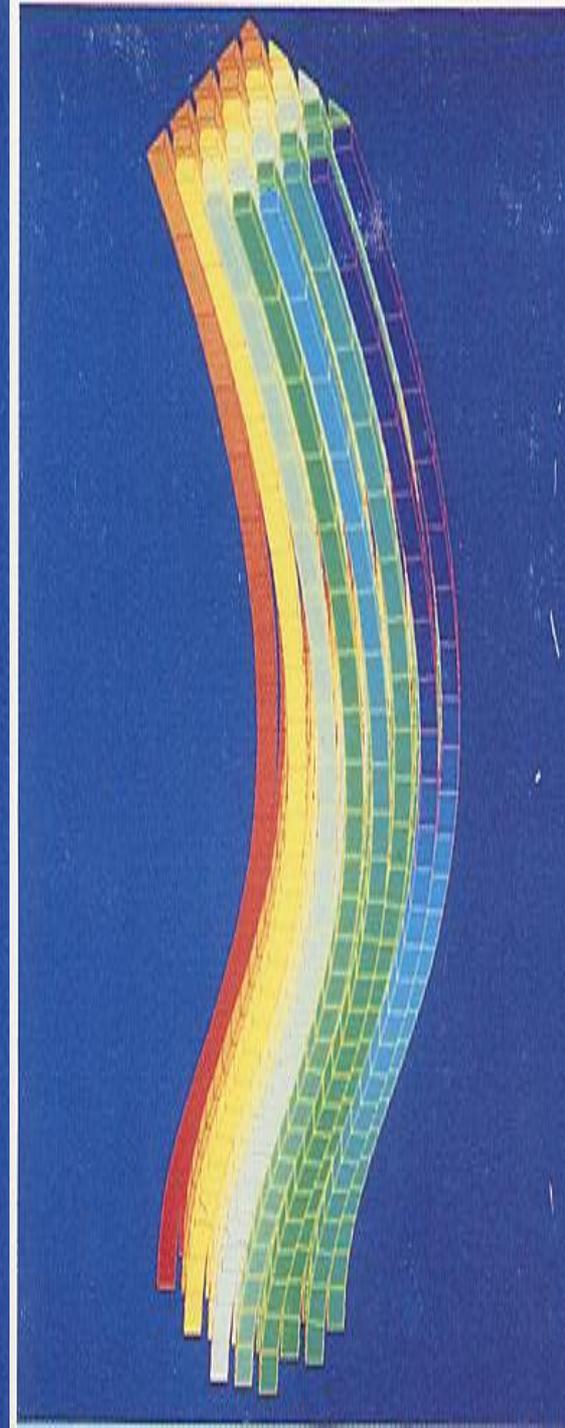
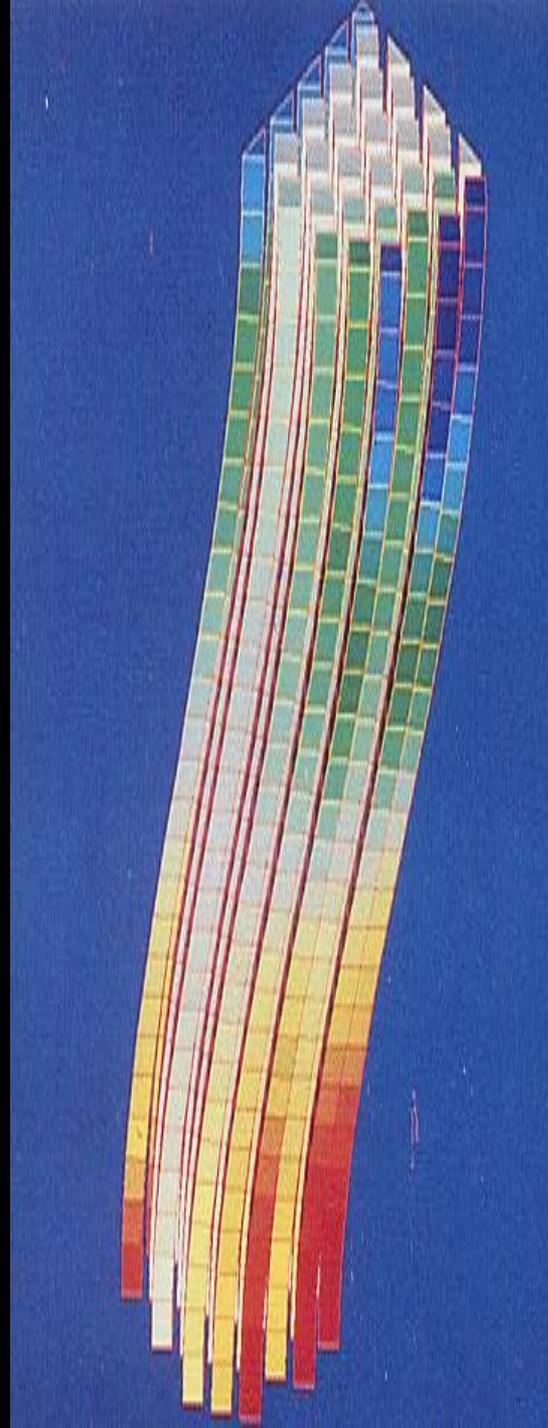
Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

## Métodos computacionais - rendering

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



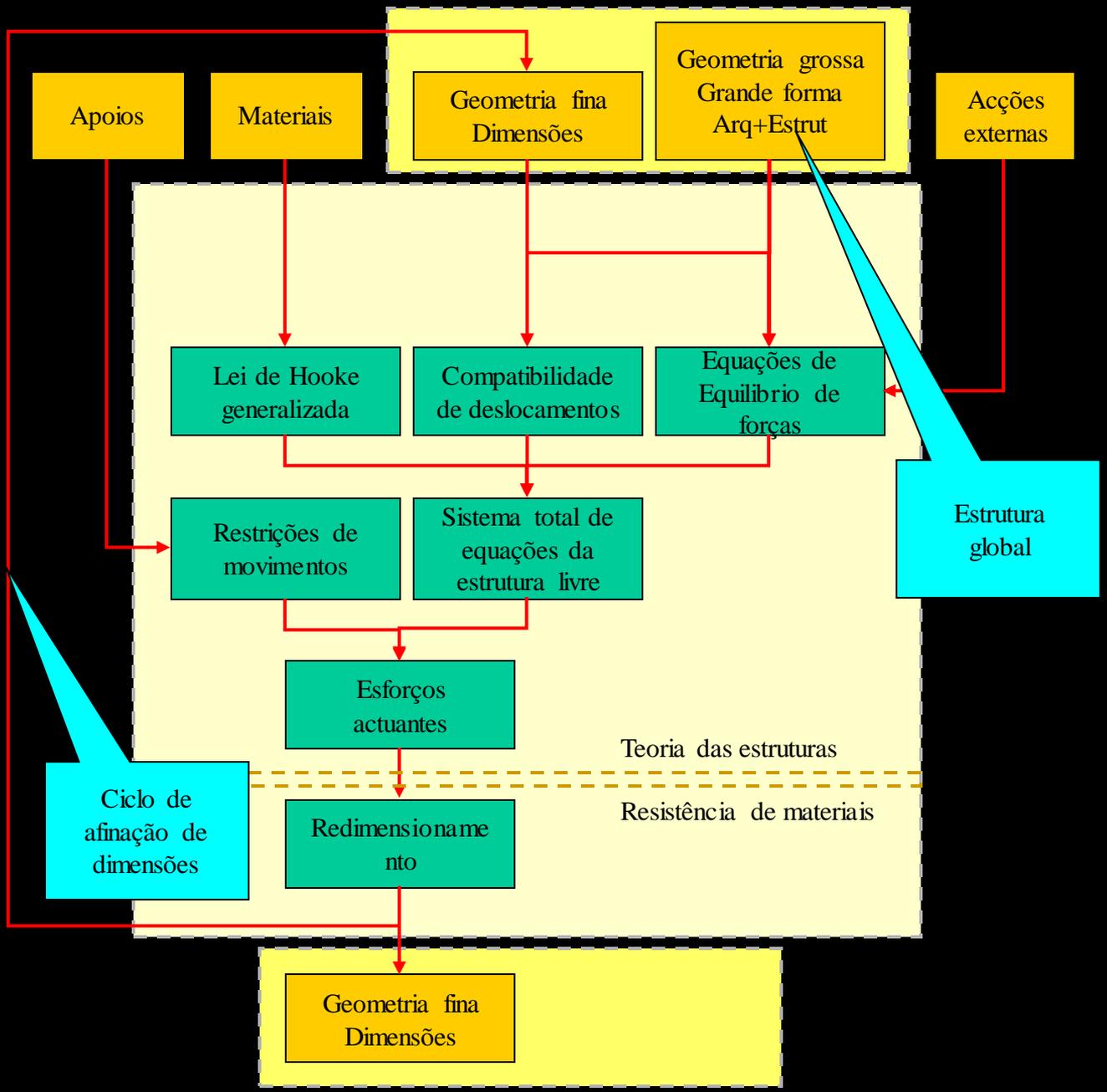
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo TE+RM

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



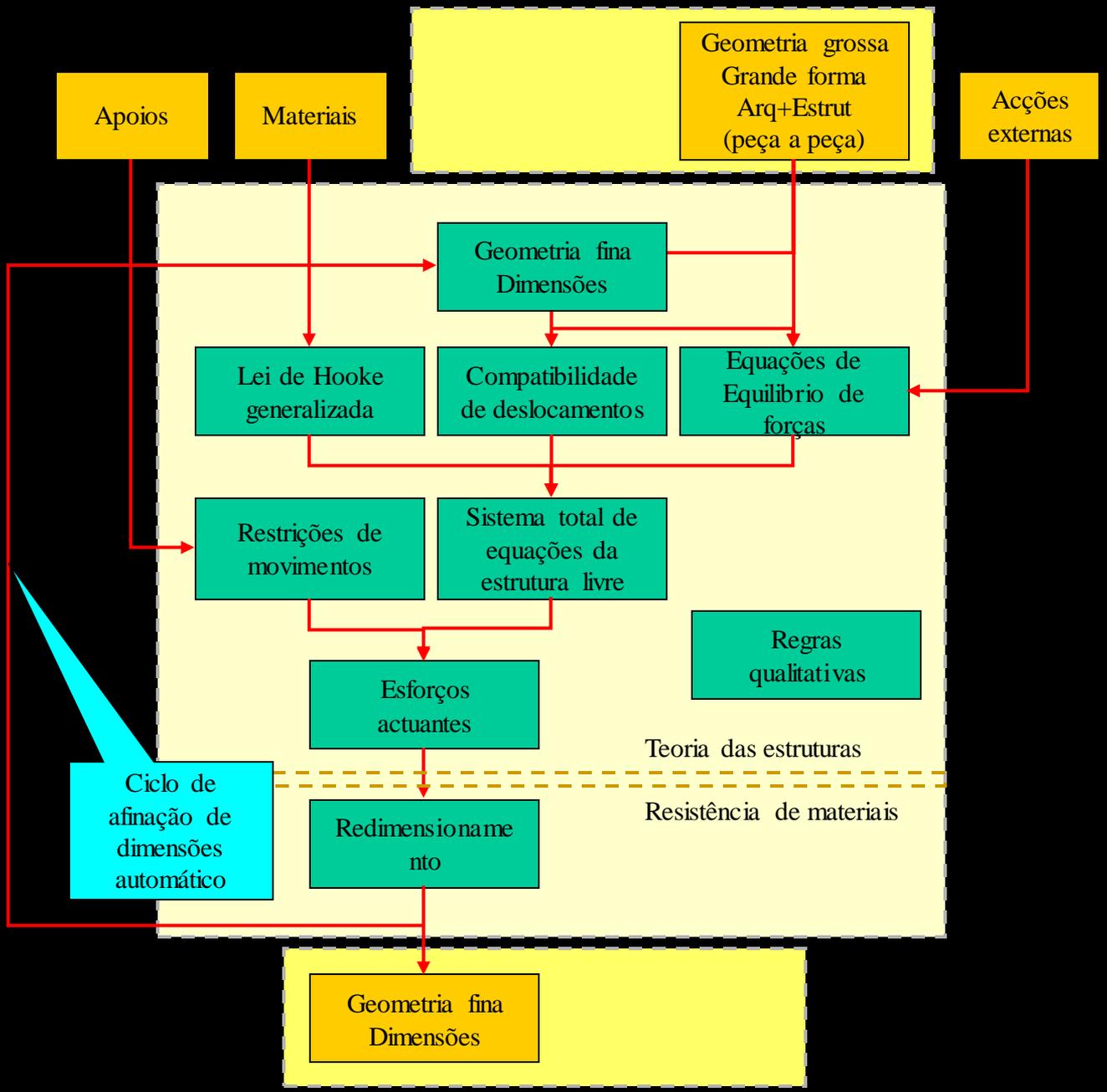
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo TE+RM optimização do dimensionamento

Franklim Morais

### métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



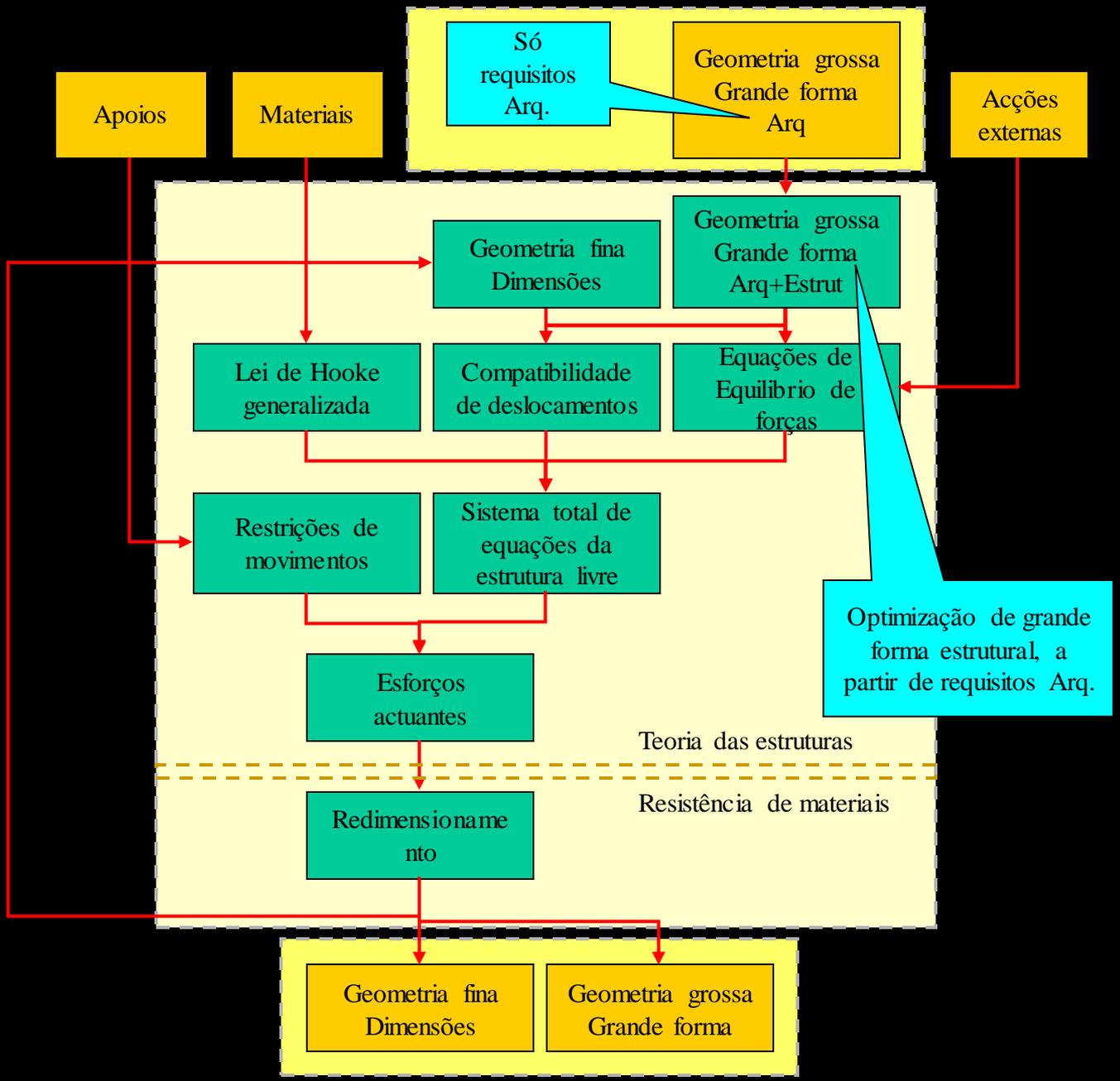
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Modelo TE+RM  
 (ou teoria do campo)  
 Síntese

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



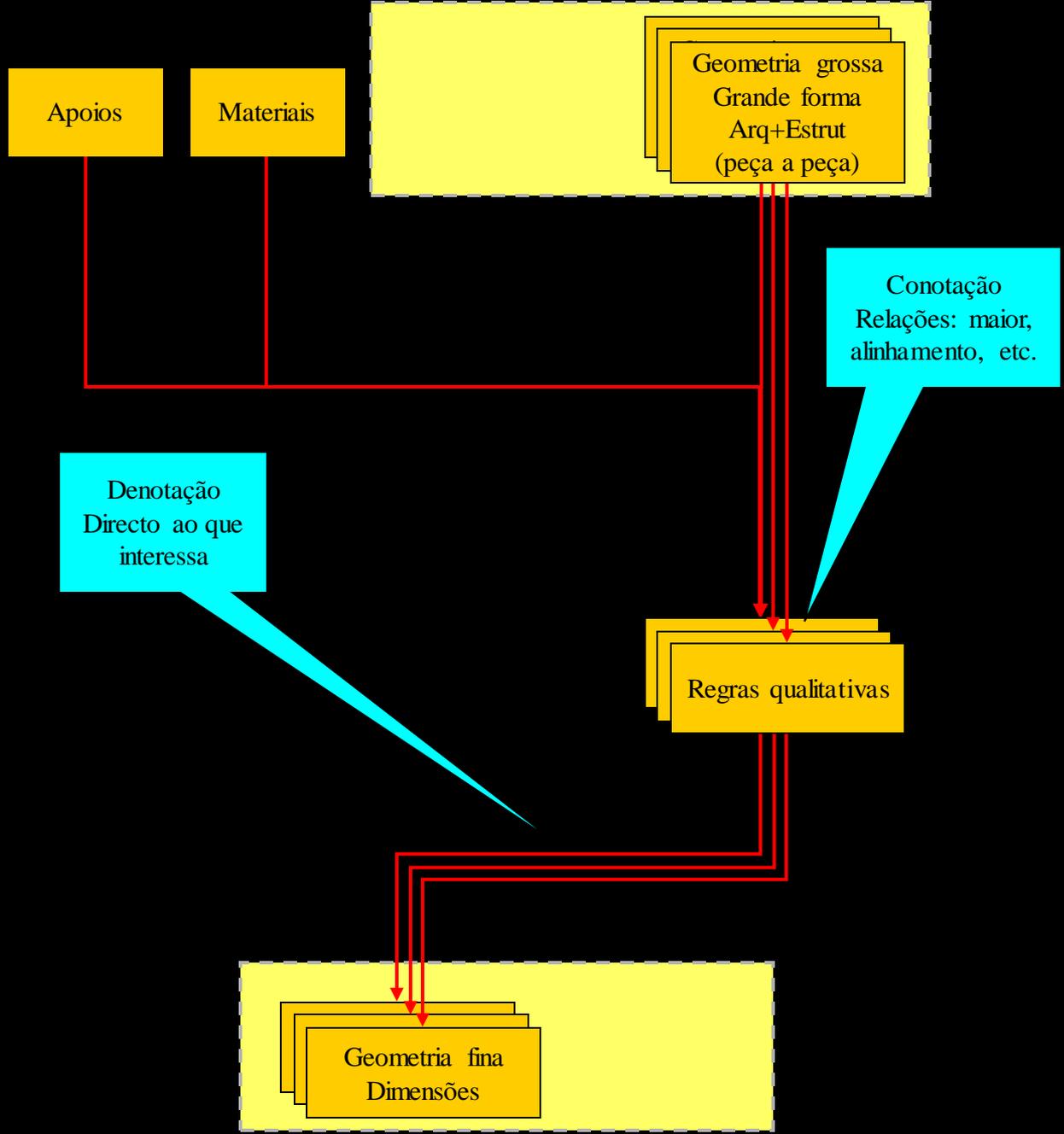
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo Vitruvius

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



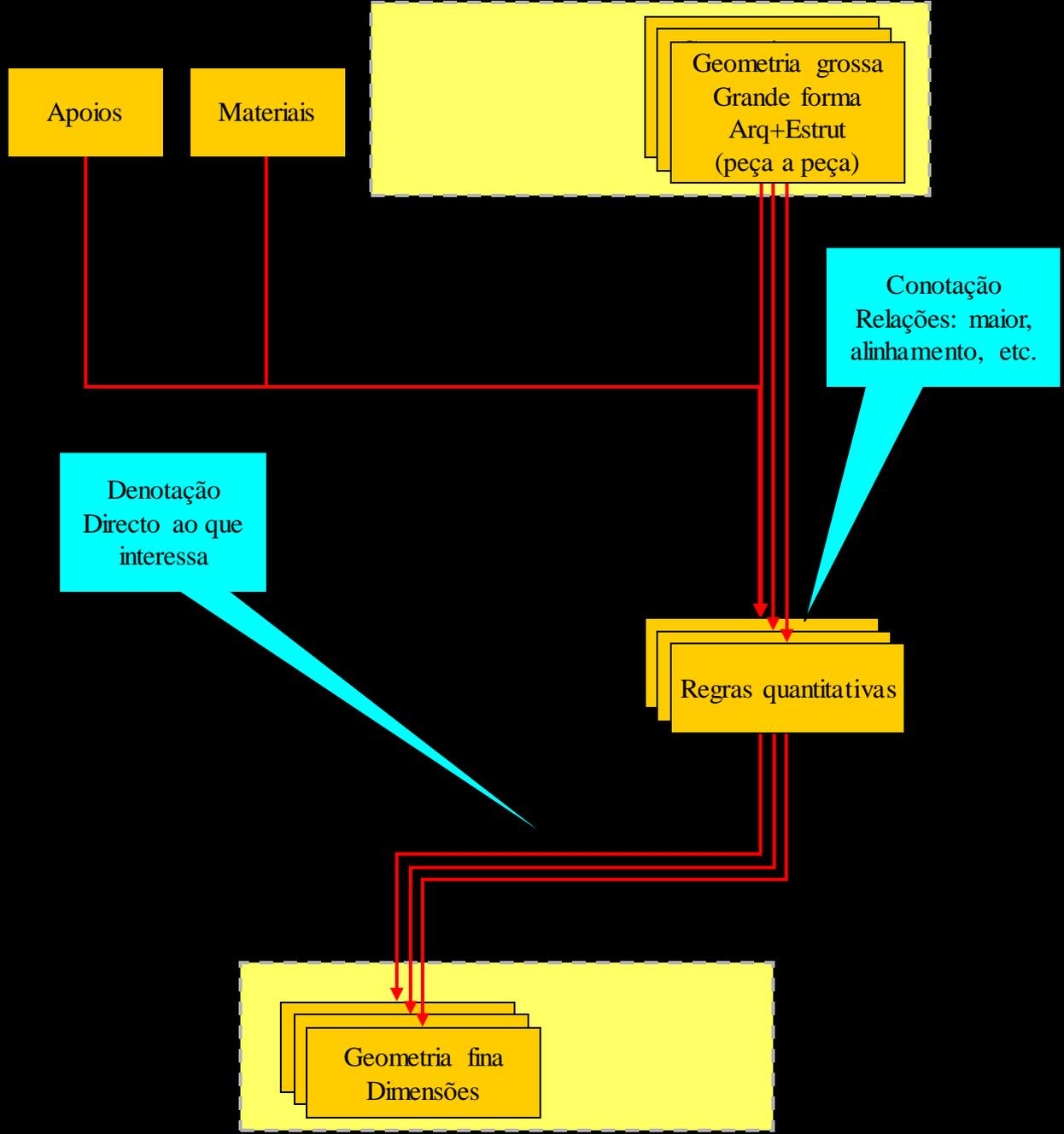
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo medieval

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



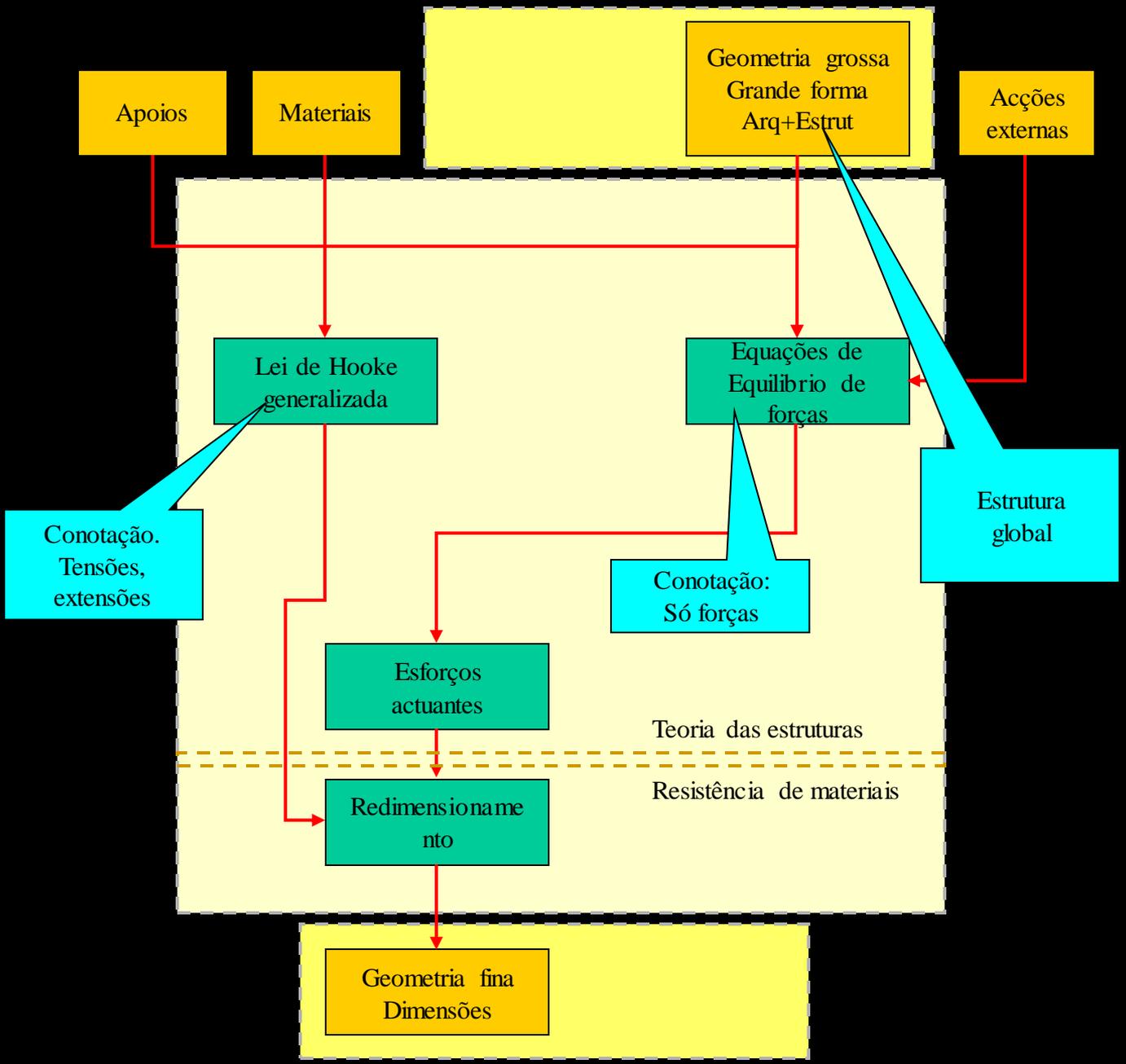
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo: Estática

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



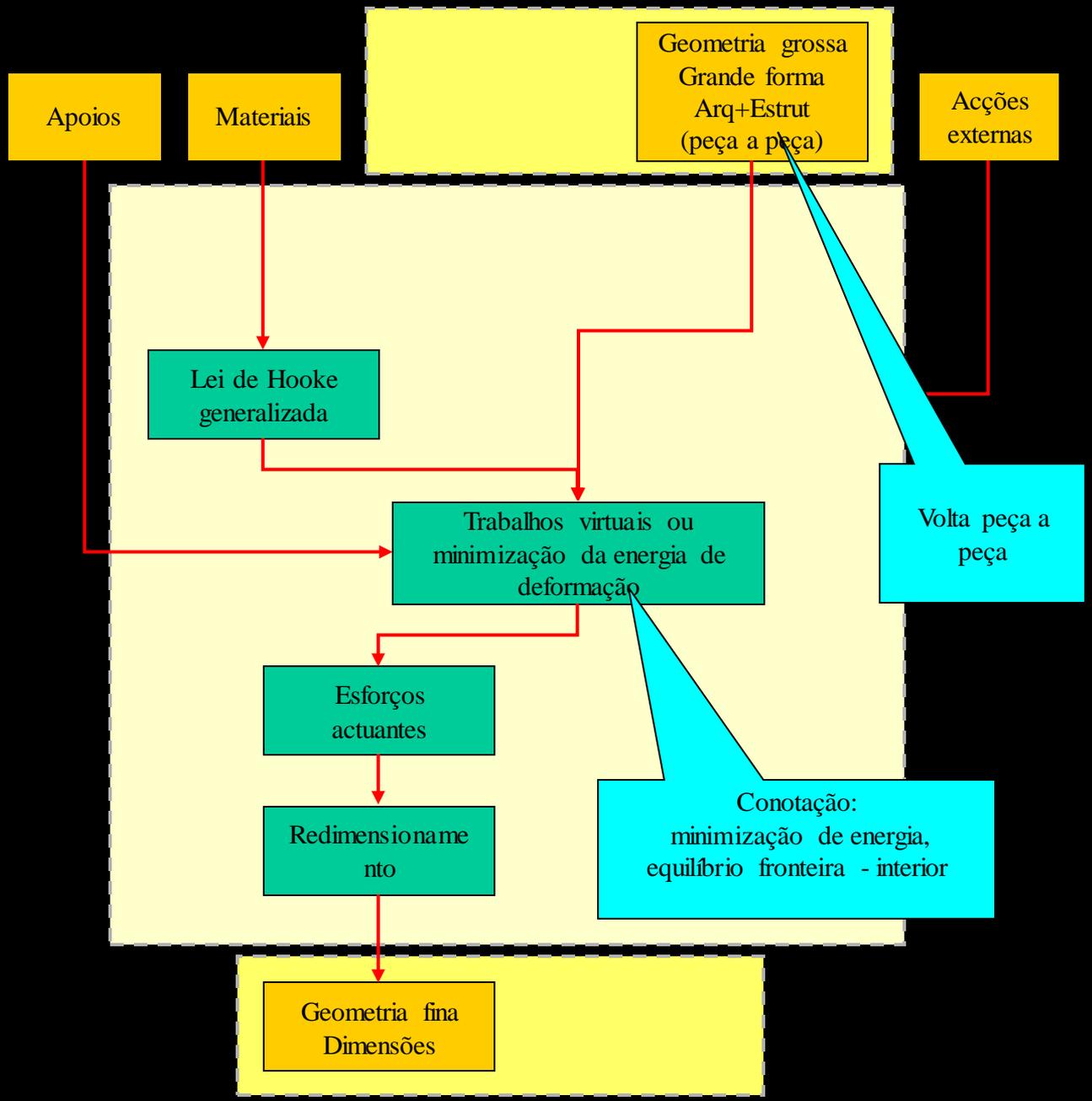
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Modelo: Teoria de campo

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



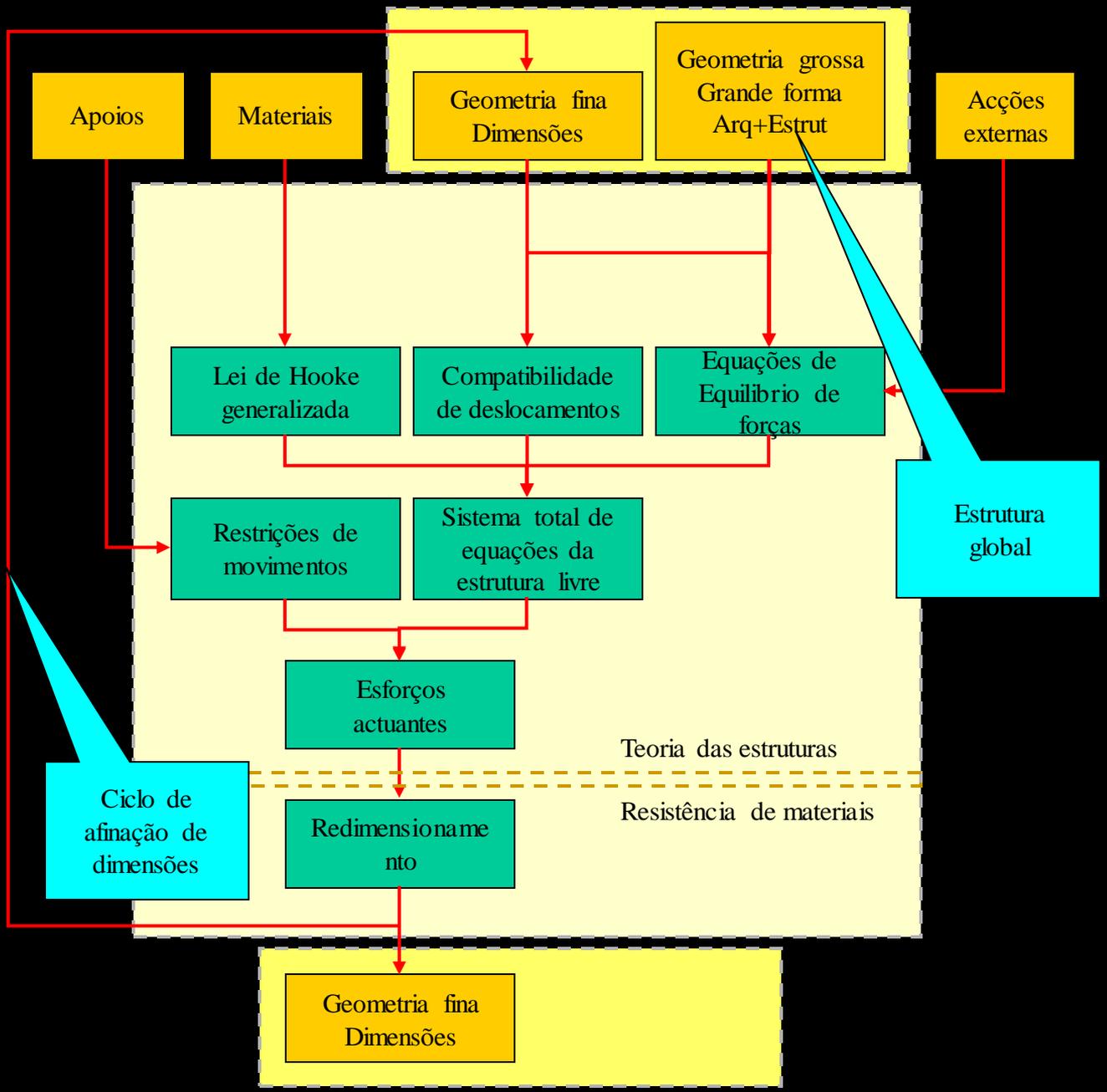
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo TE+RM

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



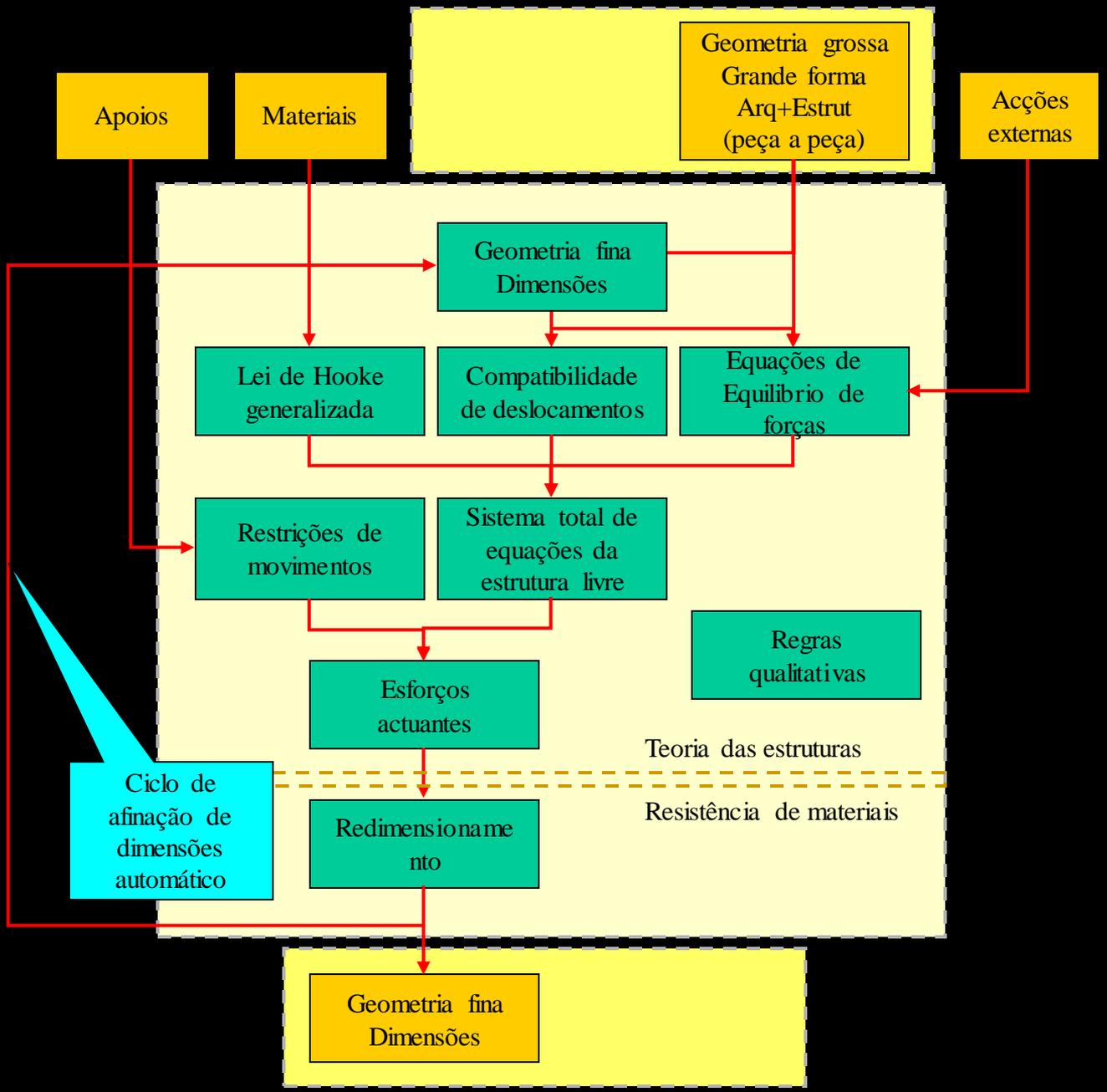
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo TE+RM otimização do dimensionamento

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



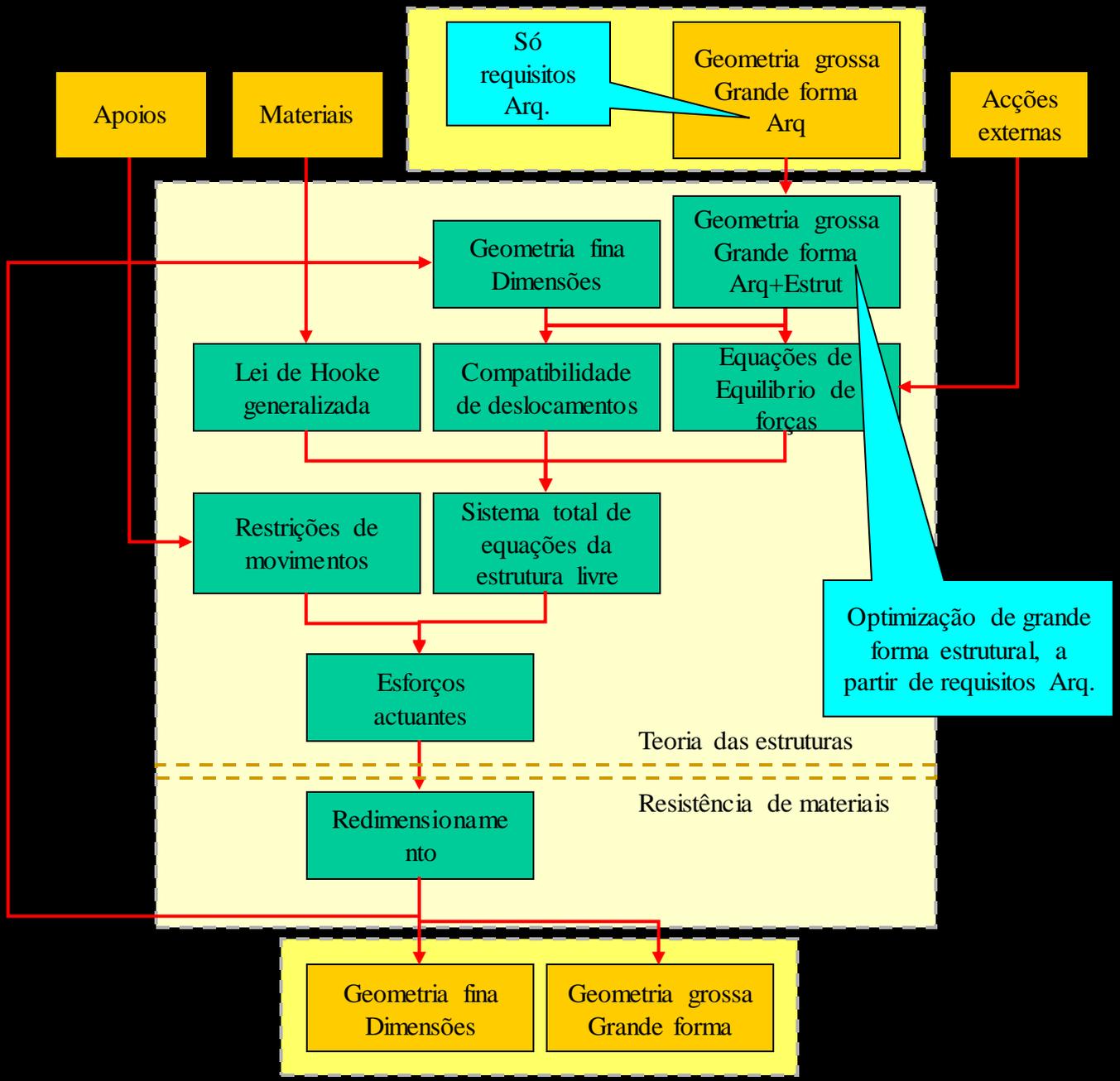
# Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

## Modelo TE+RM (ou teoria do campo) Síntese

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

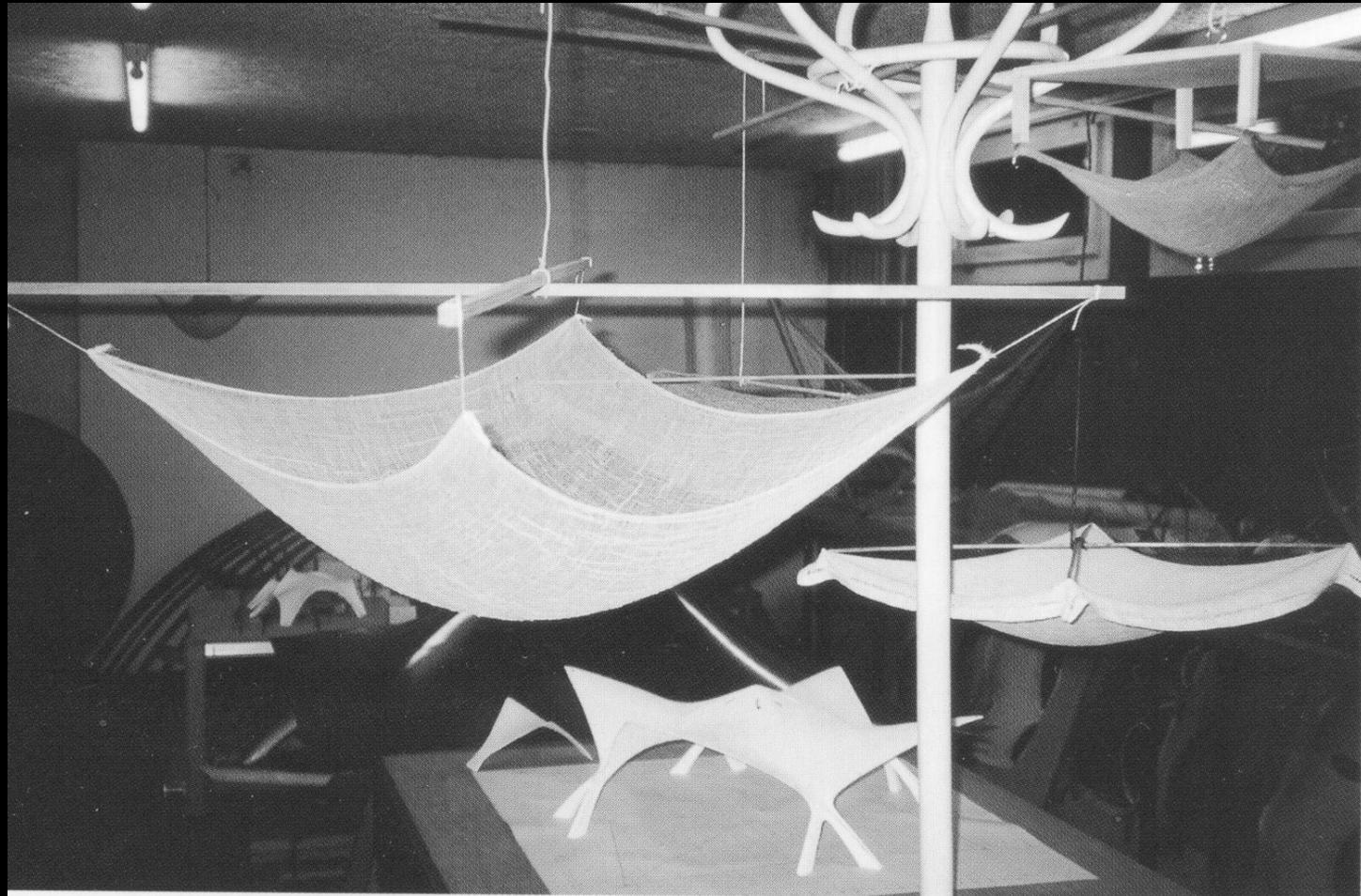
Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

O2

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

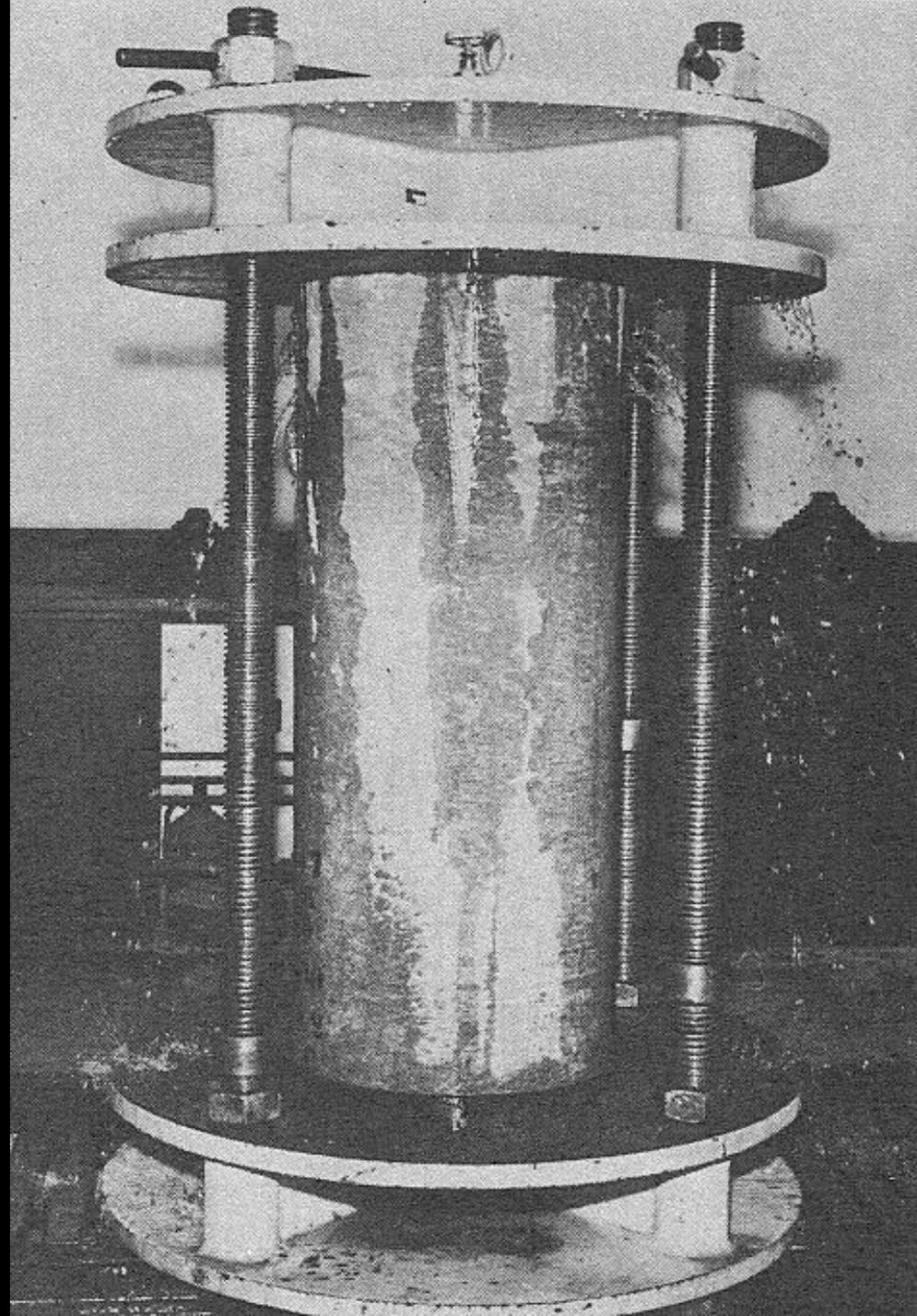
Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

## Ensaio de materiais - betão

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

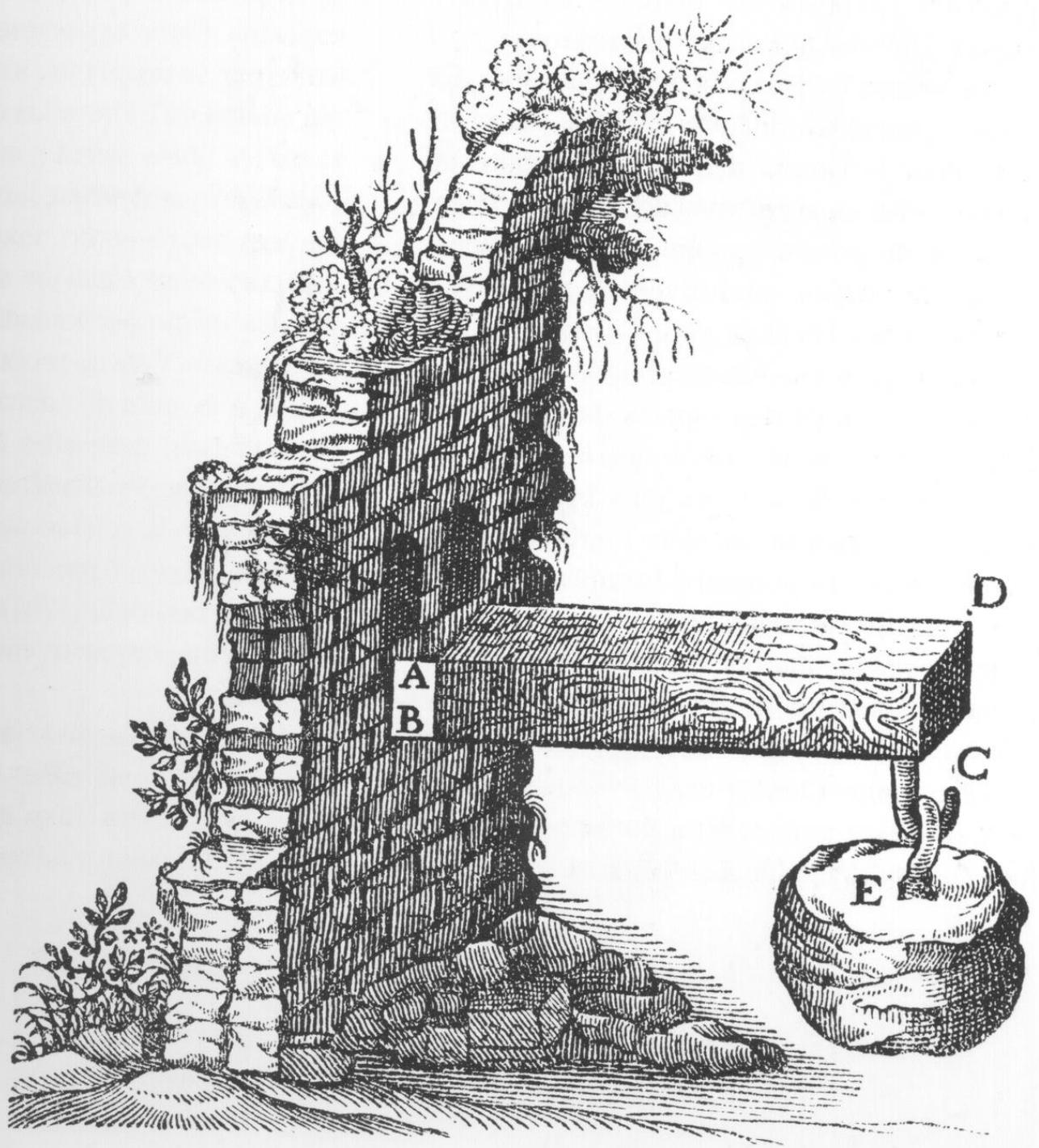
Ensinaamentos históricos

... E mais além

Teoria

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

02

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



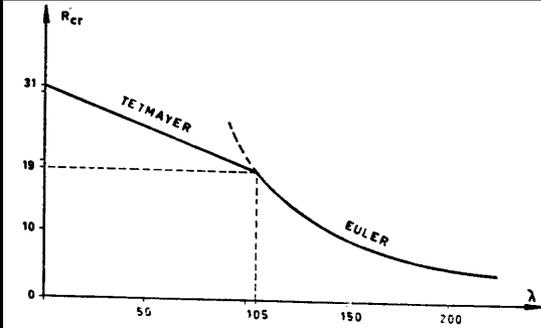
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

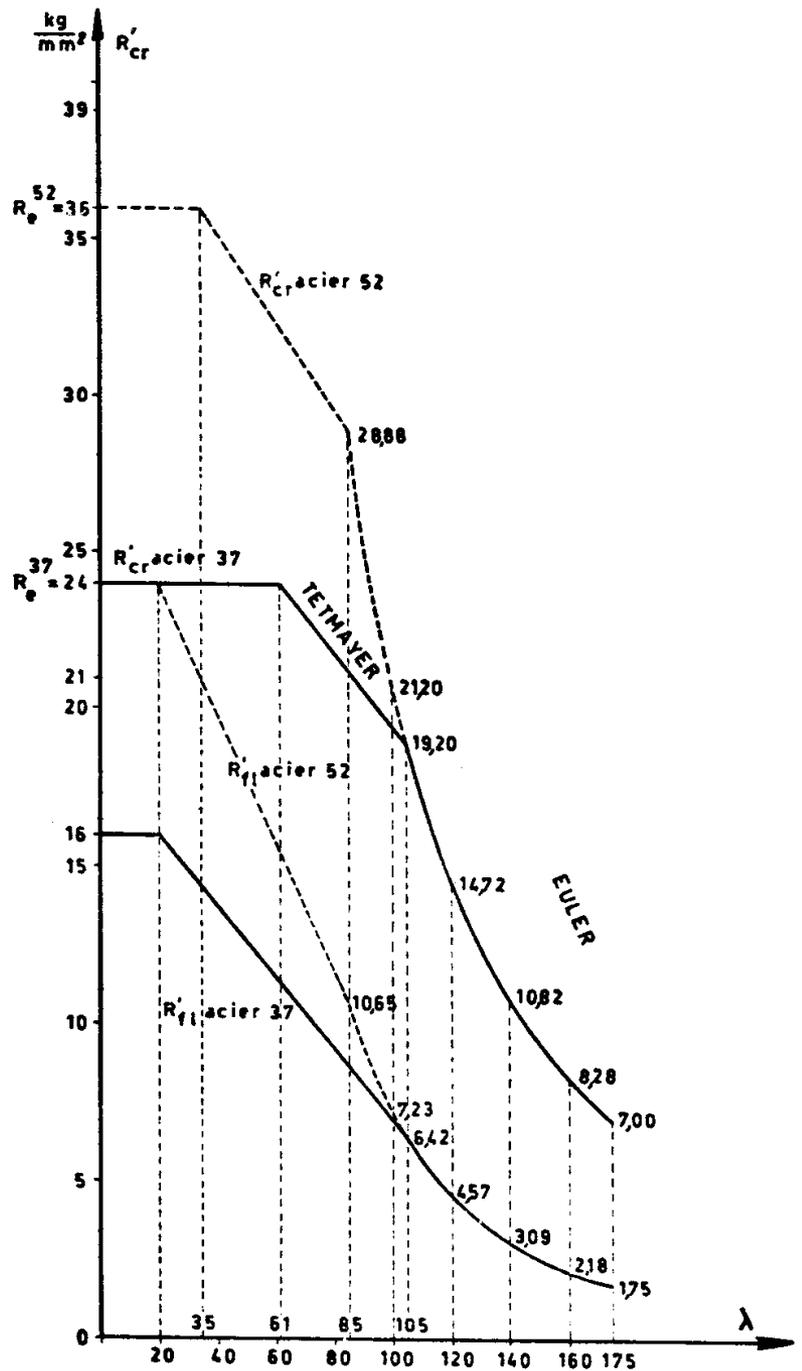
O2 - Varejamento - Estudos experimentais de Tetmayer

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



$$R'_{cr} = A - B\lambda$$



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

O6-Secções  
otimizadas  
fruto de dedução  
teórica

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



IOTL

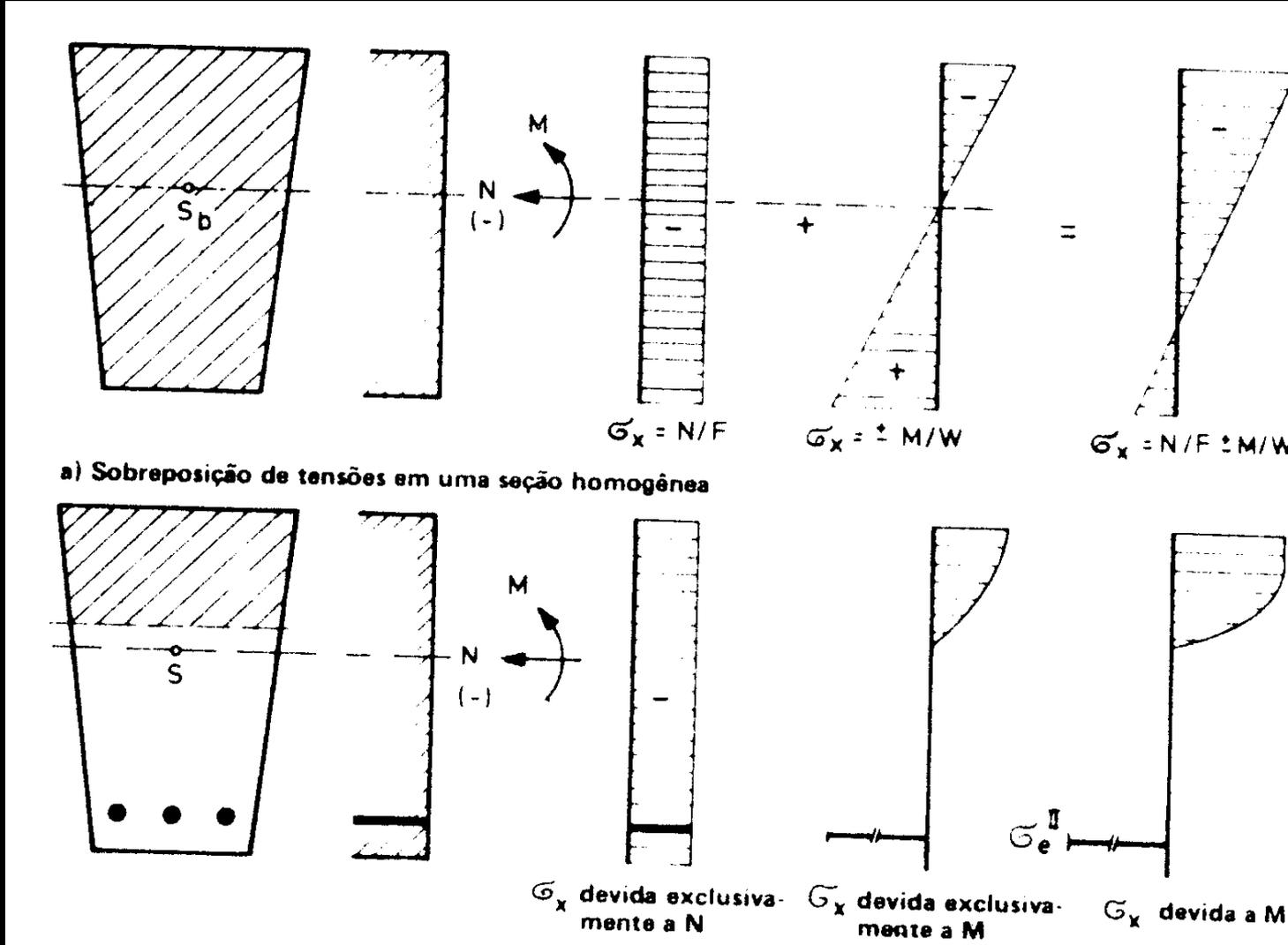
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

O6-Betão armado fruto de dedução teórica

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

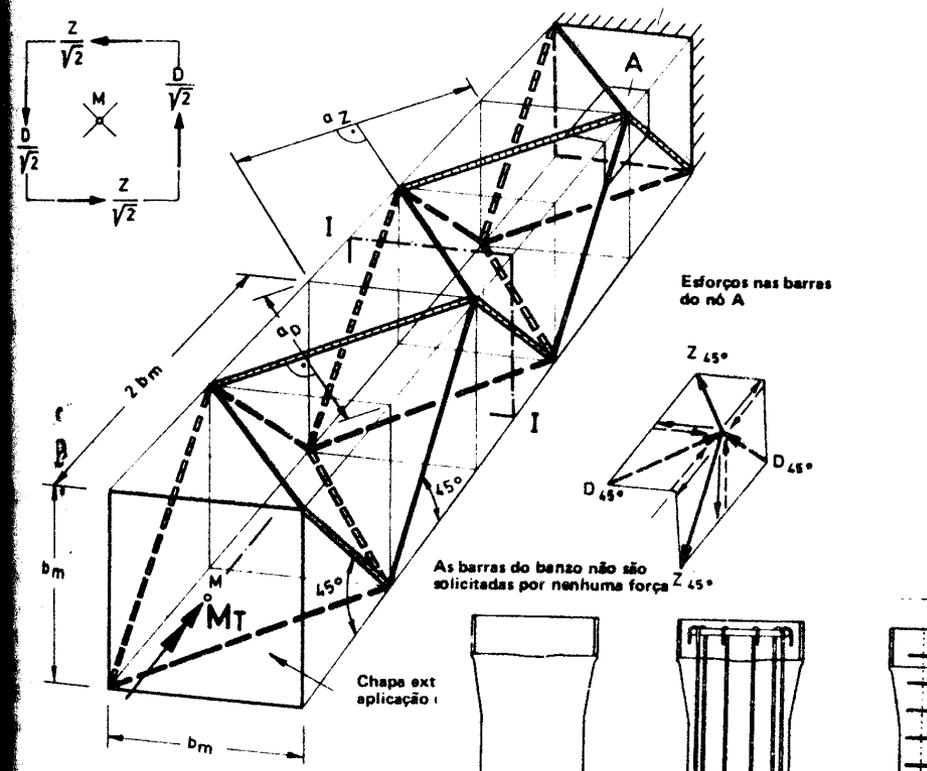
- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

O6-Betão armado fruto de dedução teórica

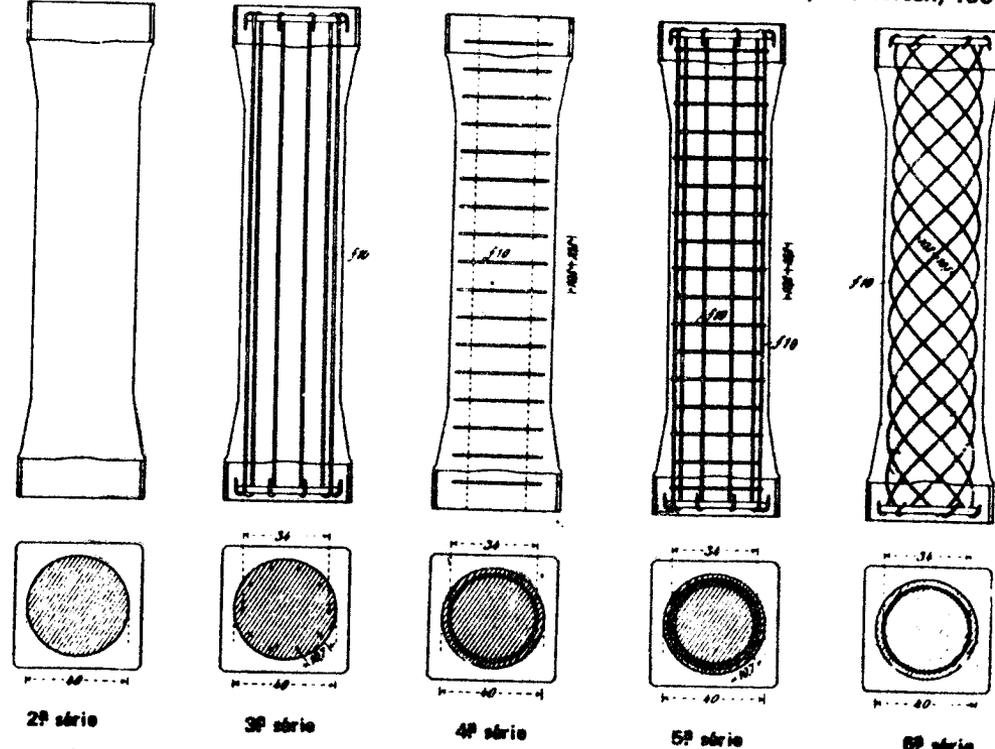
Franklim Morais métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Esforços solicitantes no corte I - I Engastamento em uma chapa de extremidade



...mas não após ruptura por torção (Morsch, 1904)



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinamentos  
históricos

... E mais além

Teorema dos  
trabalhos virtuais

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos

$$\int_V X_i \delta u_i dV + \int_{\Omega} q_i \delta u_i d\Omega = \int_V t_{ik} \delta d_{ik} dV,$$

como se pretendia mostrar

Chamando *trabalho de deformação*, ou *trabalho interno de deformação*, ao trabalho despendido na deformação do corpo, que é medido pela correspondente variação da energia potencial elástica, o teorema dos trabalhos virtuais pode então enunciar-se assim: é condição necessária e suficiente para que um corpo esteja em equilíbrio elástico sob a acção dum sistema dado de forças exteriores, que, numa deformação virtual do corpo, o trabalho virtual das forças exteriores seja igual ao trabalho virtual de deformação.

# Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

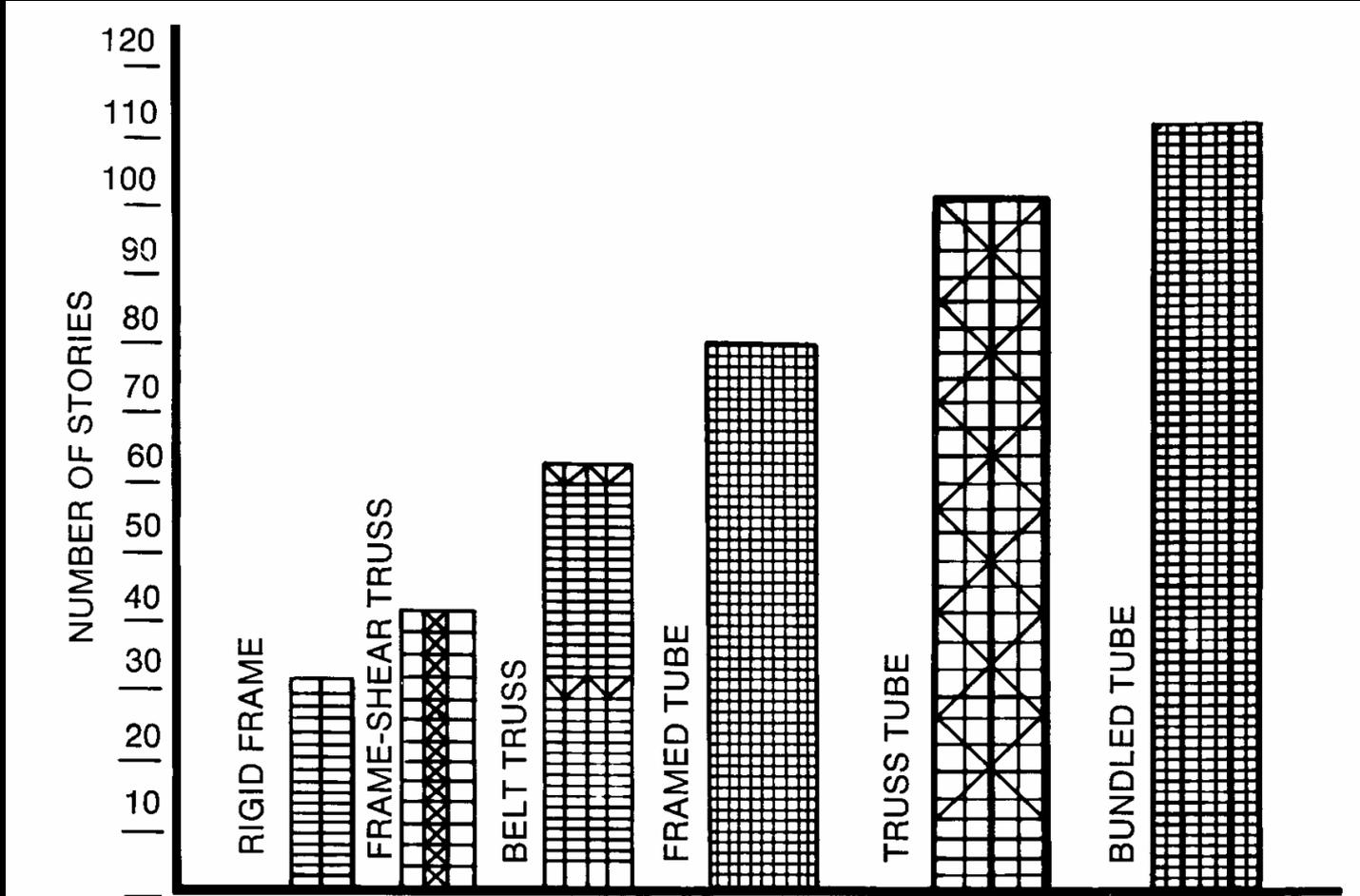
Ensinamentos históricos

... E mais além

## O8 - Non - linear

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

F1-A função faz a forma

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Ações actuantes	Equação da directriz, reacções de apoios esforços em qualquer secção S
<p>Arco angular</p>	$\begin{cases} y = x \cdot \operatorname{tg} \varphi & V_1 = V_2 = \frac{F}{2}; & H = \frac{Fl}{4f} \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{2f}{l} \end{cases}$ <p>Em todas as secções:</p> $M_x = 0; \quad N_x = \frac{Fs}{2f}; \quad V_x = 0$
<p>Arco parabólico</p>	$\begin{cases} y = \frac{4fx}{l^2}(l-x) & V_1 = V_2 = \frac{gl}{2} \\ & H = \frac{gl^2}{8f} \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{4f}{l^2}(l-2x) \end{cases}$ <p>Em todas as secções:</p> $M_x = 0 \begin{cases} N_x = \frac{g}{2} \left[ (l-2x) \operatorname{sen} \varphi + \frac{l^2}{4f} \cos \varphi \right] \\ V_x = \frac{g}{2} \left[ (l-2x) \cos \varphi - \frac{l^2}{4f} \operatorname{sen} \varphi \right] \end{cases}$
<p>Arco poligonal</p>	$\begin{cases} y = x \cdot \operatorname{tg} \varphi (x \leq a) \\ \frac{f}{a} \end{cases} \quad \begin{cases} V_1 = V_2 = F \\ H = \frac{Fa}{f} \end{cases}$ <p>Em todas as secções <math>M_x = 0; \quad V_x = 0;</math></p> $x \leq a, \quad N_x = \frac{Fs}{f}; \quad a < x < (l-a), \quad N_x = H = \frac{Fa}{f}$
<p>Arco catenário</p>	$y = (a+f) - a \operatorname{ch} \frac{x}{a} = (a+f) - \sqrt{a^2 + s^2}$ , sendo a um parâmetro a determinar dados $l, f$ $s = a \operatorname{sh} \frac{x}{a}$ (comprimento do arco) $u = a \operatorname{sh} \frac{l}{2a}$ (perímetro de 1/2 arco) $V_1 = V_2 = gu; \quad H = ga; \quad M_x = 0$

8.2.5 -- Formas de arcos adaptados à distribuição das accões permanentes

<p>Arco ogival</p>	$y = \sqrt{x(2l-x)} \quad 0 < x \leq \frac{l}{2}$ $y = \sqrt{l^2 - x^2} \quad \frac{l}{2} \leq x < l$ $x > l/2, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{\sqrt{(l^2 - x^2)^3}}$
<p>Arco circular</p>	$\begin{cases} x = \frac{l}{2} - r \operatorname{sen} \varphi (x < l/2); \\ x = \frac{l}{2} + r \operatorname{sen} \varphi (x > l/2); \end{cases} \quad \begin{cases} f = r(1 - \cos \alpha) \\ \frac{l}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \end{cases}$ $y = f - r(1 - \cos \varphi) = \left( \frac{f}{1 - \cos \alpha} - \frac{1 - \cos \varphi}{2 \operatorname{sen} \alpha} \right) l$ $\operatorname{sen} \varphi = \left( 1 - 2 \frac{x}{l} \right) \operatorname{sen} \alpha; \quad r = \frac{l}{2 \operatorname{sen} \alpha}$
<p>Arco elíptico</p>	$y = f \sqrt{1 - \frac{4}{l^2} \left( x - \frac{l}{2} \right)^2}$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx} = -\frac{4f \left( \frac{l}{2} - x \right)}{l^2 \sqrt{1 - \frac{4}{l^2} \left( x - \frac{l}{2} \right)^2}}$

Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

Comportamento - Tipos de cúpulas

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



24.10 Formulario para el cálculo de membranas

1.º CUPULAS

Esfuerzos principales unitarios:

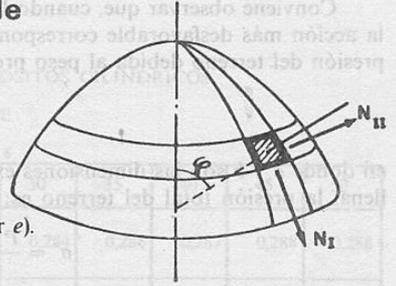
$N_I$  = Tangente al meridiano.

$N_{II}$  = Tangente al paralelo.

(Esfuerzos por unidad de longitud y para todo el espesor  $e$ ).

Esfuerzos de compresión: -

Esfuerzos de tracción: +



TIPO DE MEMBRANA	CARGA	$N_I$	$N_{II}$
<p>CUPULA ESFERICA</p>	<p>Peso propio: g por unidad de superficie.</p>	$-\frac{r \cdot g}{1 + \cos \varphi}$	$r \cdot g \cdot \frac{1 - \cos \varphi - \cos^2 \varphi}{1 + \cos \varphi}$
<p>CUPULA ESFERICA</p>	<p>Peso de la nieve: g por unidad de proyección horizontal.</p>	$-\frac{r \cdot g}{2}$	$-\frac{r \cdot g}{2} \cdot \cos 2 \varphi$
<p>CUPULA ESFERICA</p>	<p>Fondo de depósito bajo la acción de un líquido de peso específico p.</p>	$\left[ \frac{r^2}{6} \left( \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} - 4 \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{r \cdot h}{2} \right] \cdot p$	$-\left[ \frac{r^2}{6} \left( \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} + 8 \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi}{2} \right) + \frac{r \cdot h}{2} \right] \cdot p$
<p>CUPULA ESFERICA</p>	<p>Presión uniforme p.</p>	$-\frac{p \cdot r}{2}$	$-\frac{p \cdot r}{2}$
<p>CUPULA ESFERICA ABIERTA</p>	<p>Peso propio: g por unidad de superficie.</p>	$-r \cdot g \cdot \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi}{\operatorname{sen}^2 \varphi}$	$r \cdot g \left( \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi}{\operatorname{sen}^2 \varphi} - \cos \varphi \right)$

Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

Comportamento - Tipos de cúpulas

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



TIPO DE MEMBRANA	CARGA	$N_I$	$N_{II}$
<p>CUPULA ESFERICA ABIERTA</p>	<p>Peso de la nieve: g por unidad de proyección horizontal.</p>	$-\frac{g \cdot r}{2} \left( 1 - \frac{\text{sen}^2 \varphi_0}{\text{sen}^2 \varphi} \right)$	$\frac{g \cdot r}{2} \left( 1 - \frac{\text{sen}^2 \varphi_0}{\text{sen}^2 \varphi} - 2 \cos^2 \varphi \right)$
<p>CUPULA ESFERICA ABIERTA</p>	<p>Fondo de depósito bajo la acción de un líquido de peso específico p.</p>	$\left[ \frac{r^2 \cdot \cos^3 \varphi_0 - \cos^3 \varphi}{3 \text{sen}^2 \varphi} - \frac{r \cdot h}{2} \left( 1 - \frac{\text{sen}^2 \varphi_0}{\text{sen}^2 \varphi} \right) \right] p$	$-p \cdot \left[ \frac{r \cdot h}{2} \left( 1 + \frac{\text{sen}^2 \varphi_0}{\text{sen}^2 \varphi} \right) + \frac{r^2}{3} \left( \frac{\cos^3 \varphi_0 - \cos^3 \varphi}{\text{sen}^2 \varphi} - 3 \cos \varphi \right) \right]$
<p>CUPULA ESFERICA ABIERTA</p>	<p>Presión uniforme: p</p>	$-\frac{p \cdot r}{2} \left( 1 - \frac{\text{sen}^2 \varphi_0}{\text{sen}^2 \varphi} \right)$	$-\frac{p \cdot r}{2} \left( 1 + \frac{\text{sen}^2 \varphi_0}{\text{sen}^2 \varphi} \right)$
<p>CUPULA ESFERICA ABIERTA</p>	<p>Carga en el paralelo de borde, por unidad de longitud: p.</p>	$-p \cdot \frac{\text{sen} \varphi_0}{\text{sen}^2 \varphi}$	$p \cdot \frac{\text{sen} \varphi_0}{\text{sen}^2 \varphi}$
<p>CUPULA PARABOLICA</p>	<p>Peso propio: g por unidad de superficie.</p>	$-\frac{4}{3} g \cdot r_v \cdot \frac{1 - \cos^3 \varphi}{\text{sen}^2 2\varphi}$ <p><math>r_v =</math> radio de curvatura en el vértice.</p>	$\frac{g \cdot r_v}{3} \cdot \frac{2 - 3 \cdot \cos^2 \varphi + \cos^3 \varphi}{\text{sen}^2 \varphi}$
<p>CUPULA PARABOLICA</p>	<p>Peso de la nieve: g por unidad de proyección horizontal.</p>	$-\frac{g \cdot r_v}{2} \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$ <p><math>r_v =</math> radio de curvatura en el vértice.</p>	$-\frac{g \cdot r_v}{2} \cdot \cos \varphi$

Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

F2

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



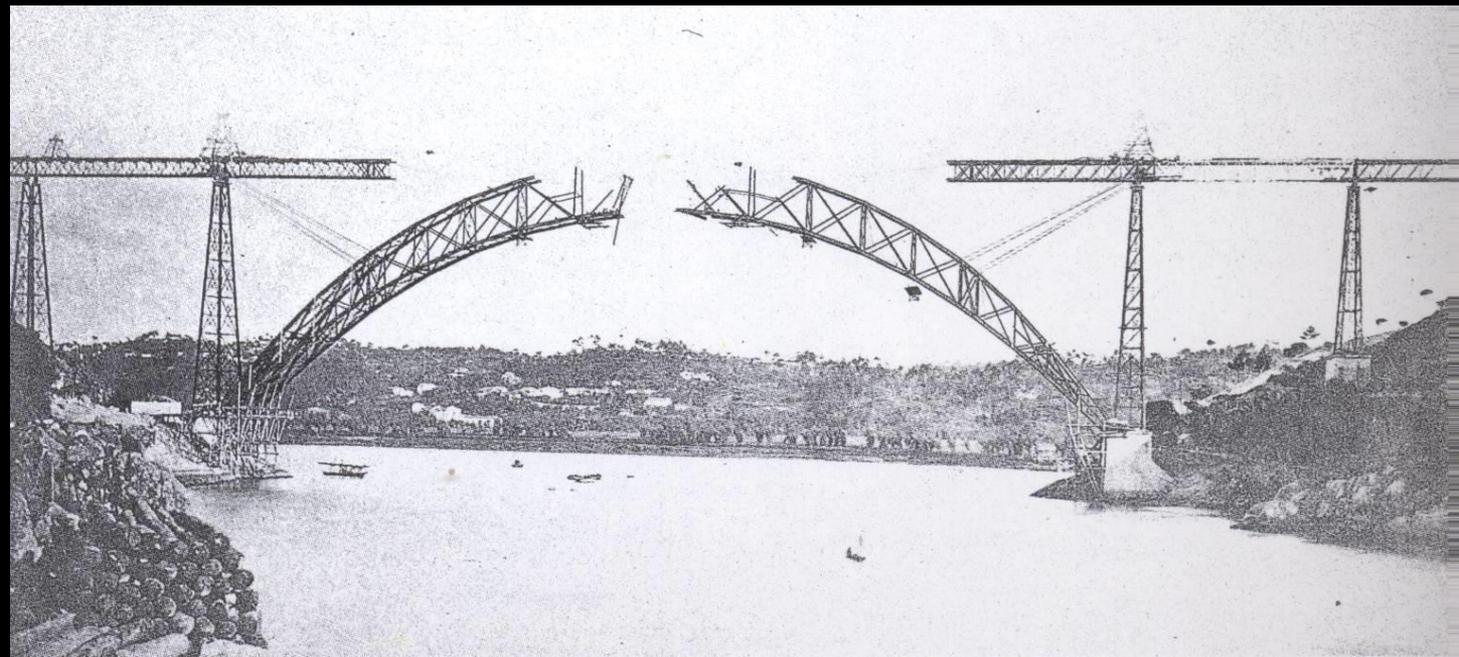
**Engenharia de estruturas**

- Definição**
- Evolução histórica**
- Ensinamentos históricos**
- ... E mais além**

**F5-Ponte D. Maria**

Franklim Morais

**métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos**



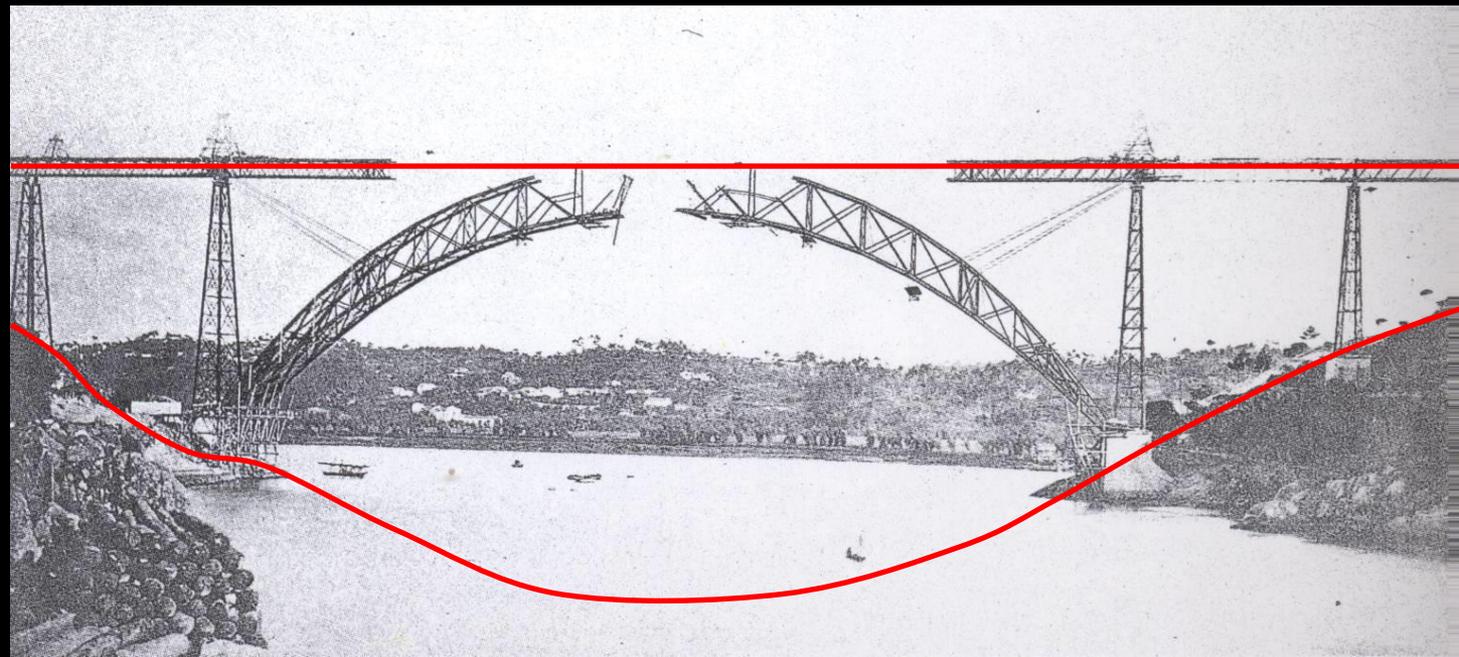
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Ponte D. Maria

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



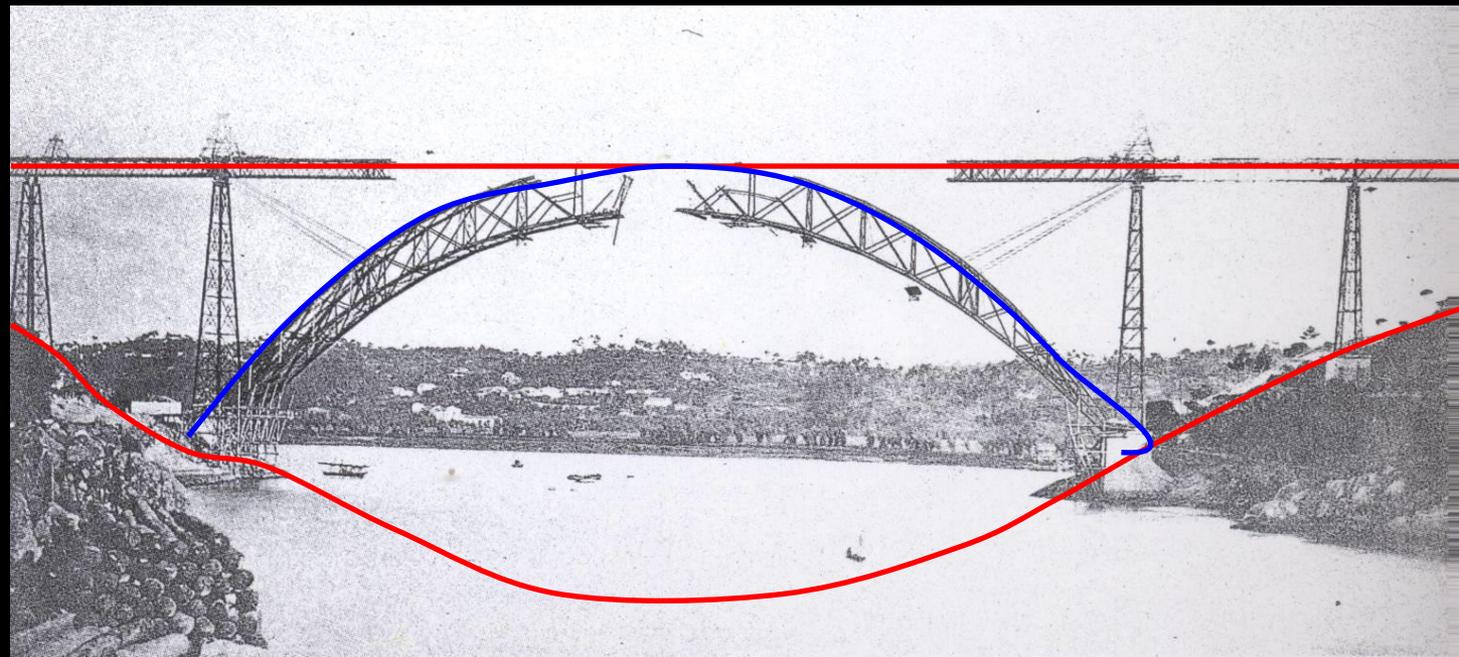
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Ponte D. Maria

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



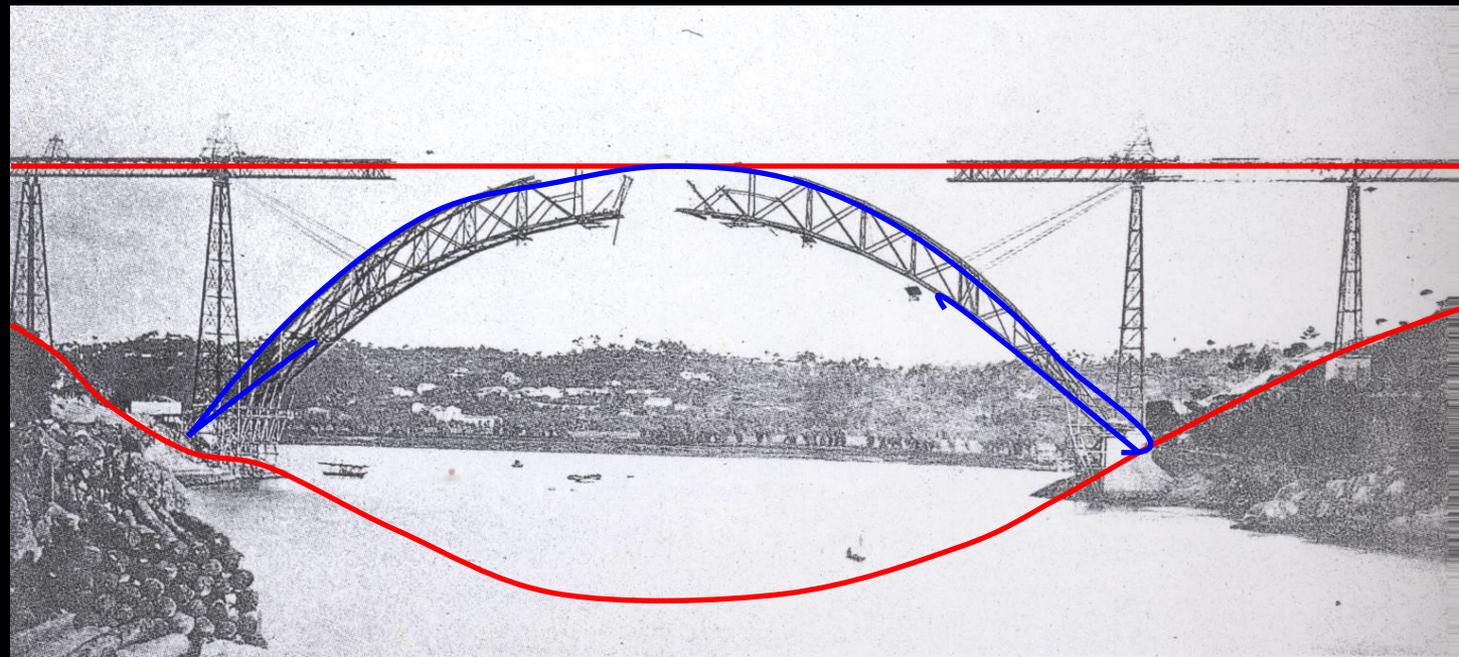
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Ponte D. Maria

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Ponte D. Maria

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Ponte D. Maria

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



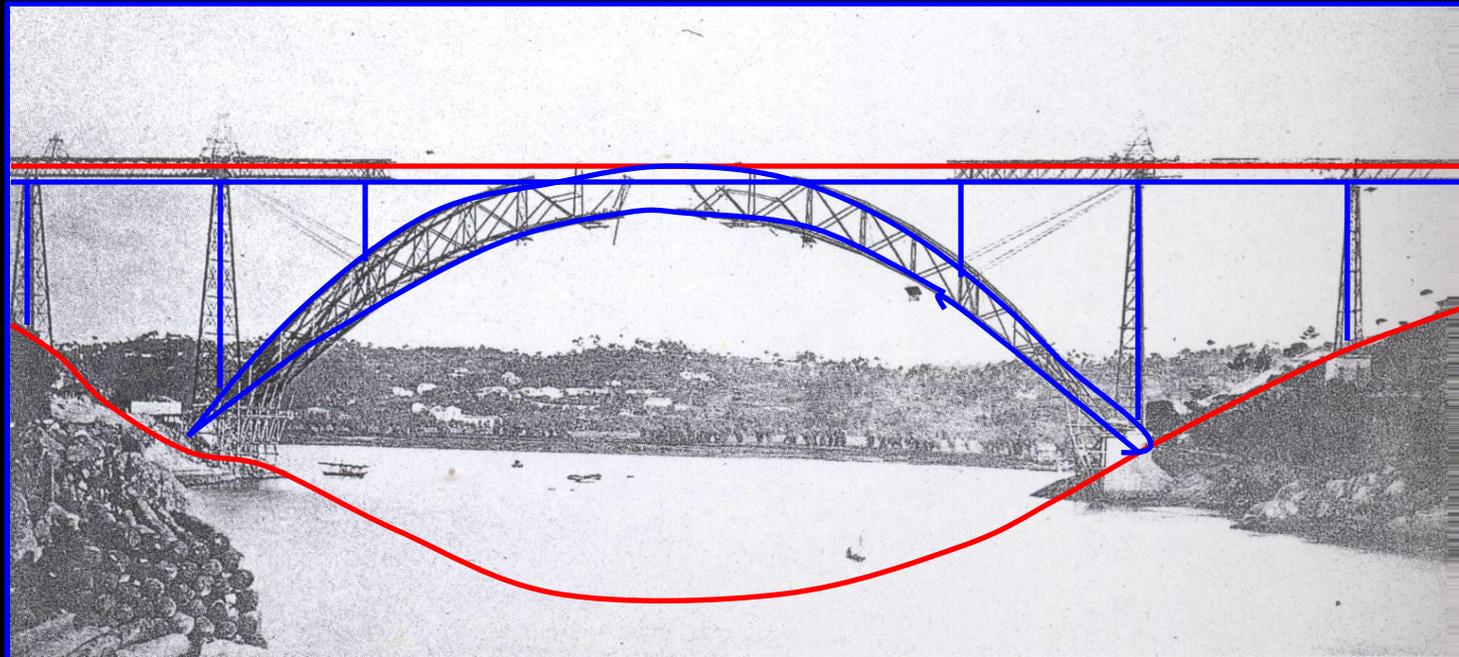
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Ponte D. Maria

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



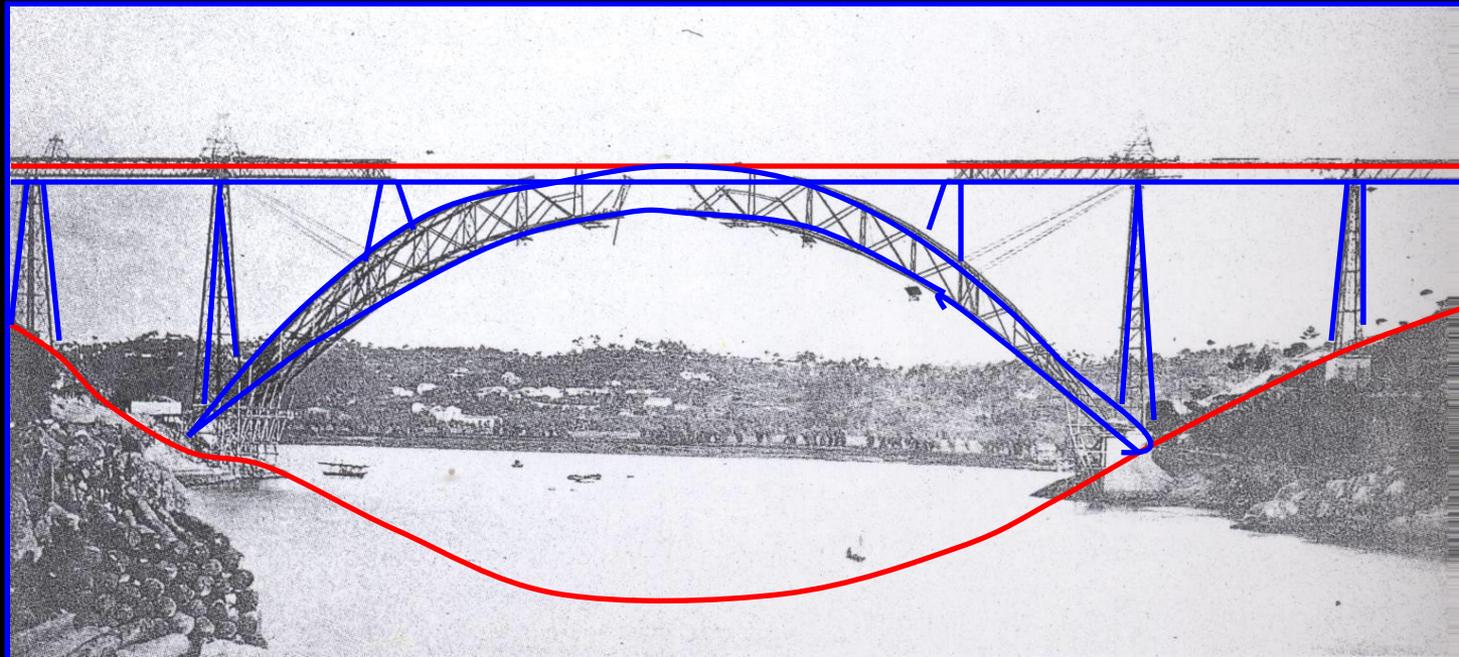
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Ponte D. Maria

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



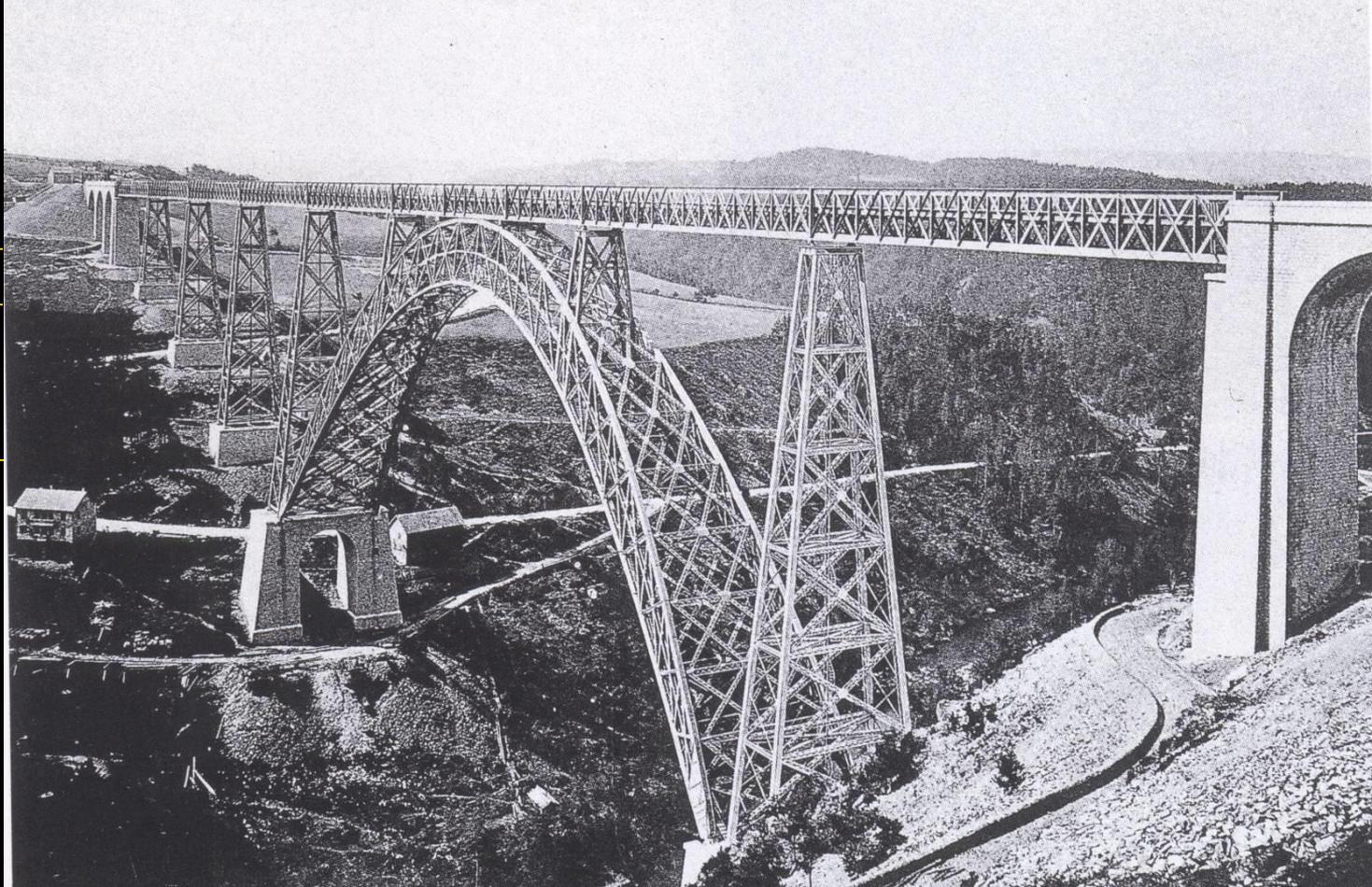
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Pont Garabit

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

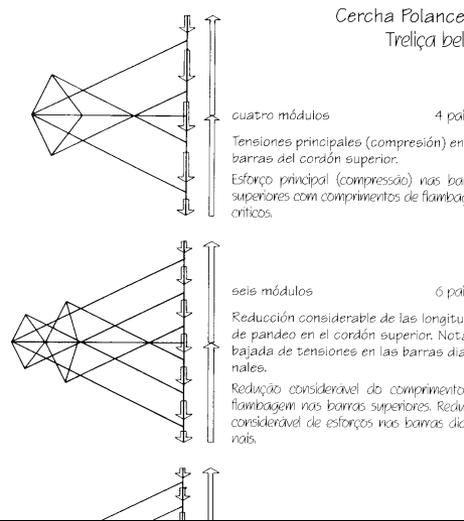
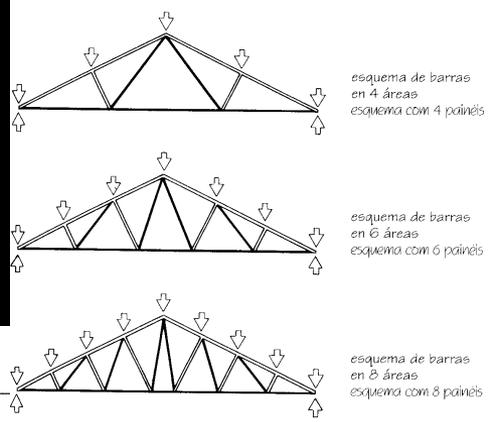
Geometrical optimization

Franklin Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos

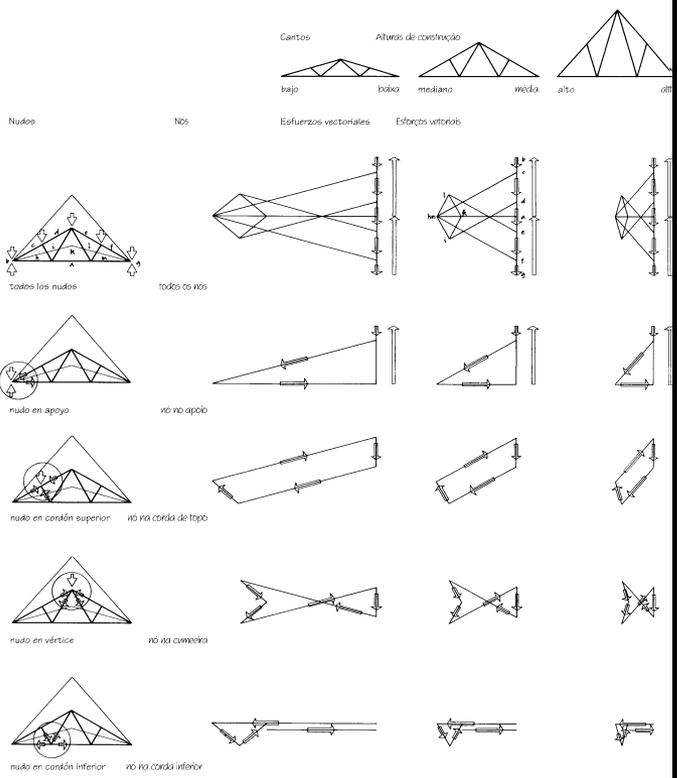


Influencia de la división del esquema de barras sobre la distribución de tensiones  
 sobre la distribución de tensiones  
 Influência da divisão do painel na distribuição dos esforços



2 Vector-ativo  
Sistemas estruturais de

Influencia del canto en la carga sobre las barras  
 Influência da altura da construção nos esforços das barras de alma cheia



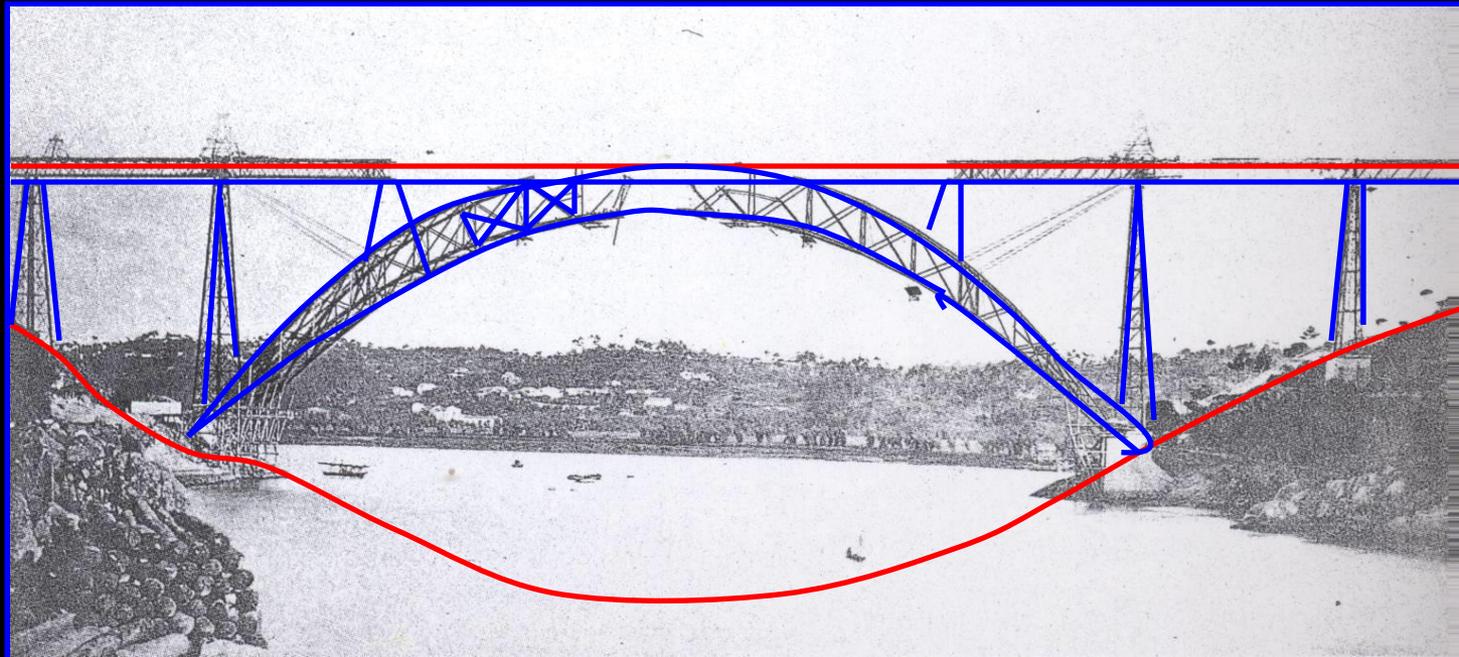
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Ponte D. Maria

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



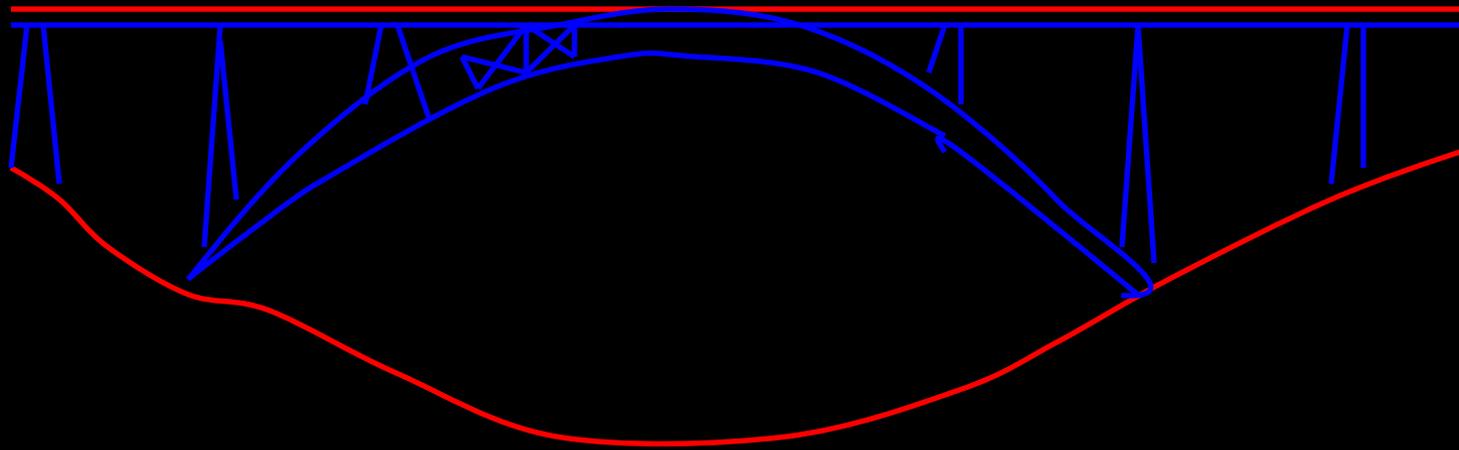
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

Ponte D. Maria

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



# Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

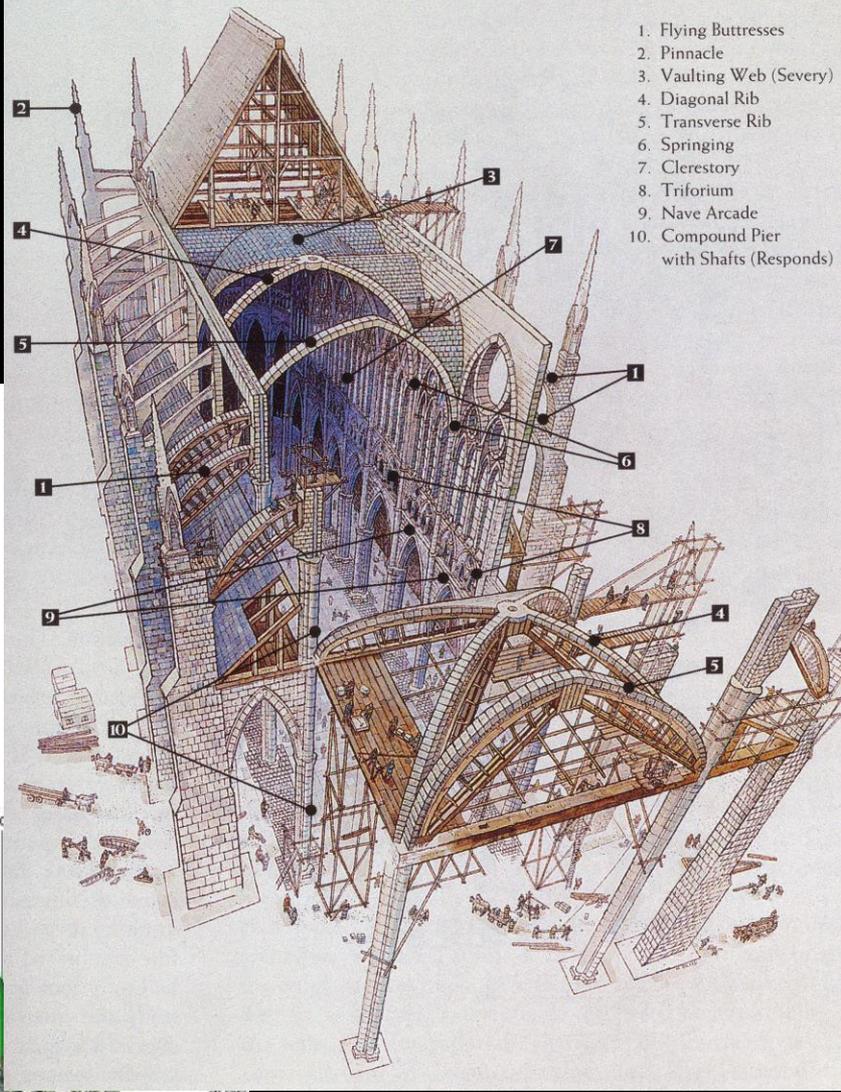
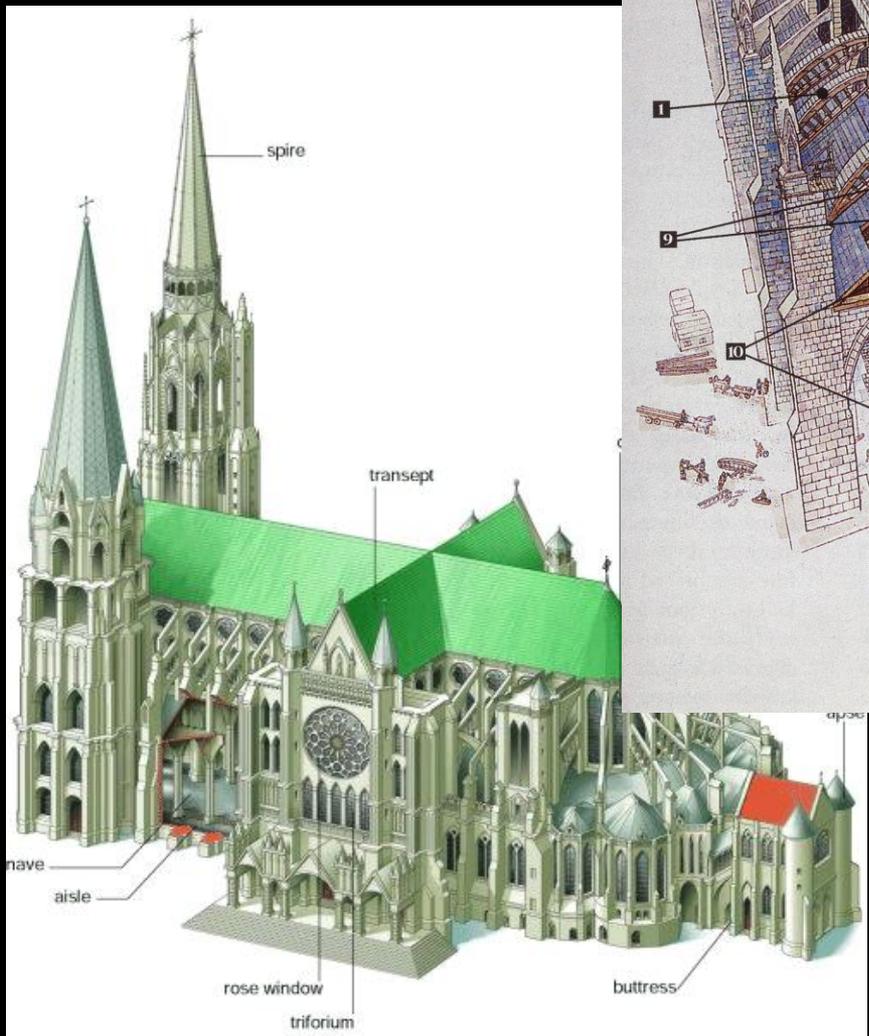
Ensinamentos históricos

... E mais além

F5

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



- 1. Flying Buttresses
- 2. Pinnacle
- 3. Vaulting Web (Severy)
- 4. Diagonal Rib
- 5. Transverse Rib
- 6. Springing
- 7. Clerestory
- 8. Triforium
- 9. Nave Arcade
- 10. Compound Pier with Shafts (Responds)

Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

F6

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinamentos  
históricos

... E mais além

1890

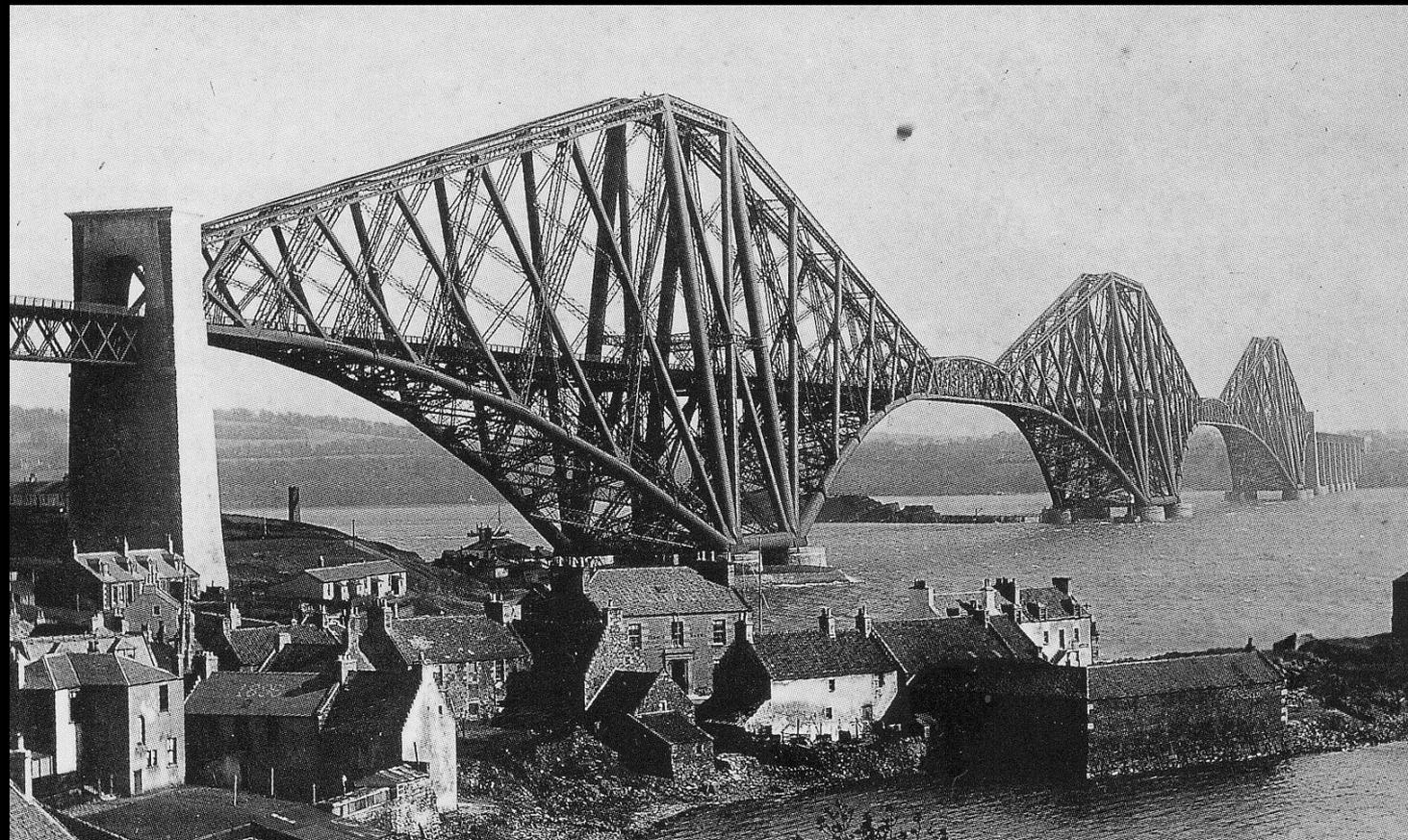
ponte de Forth

521 m

John Fowler/Benjamin  
baker

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

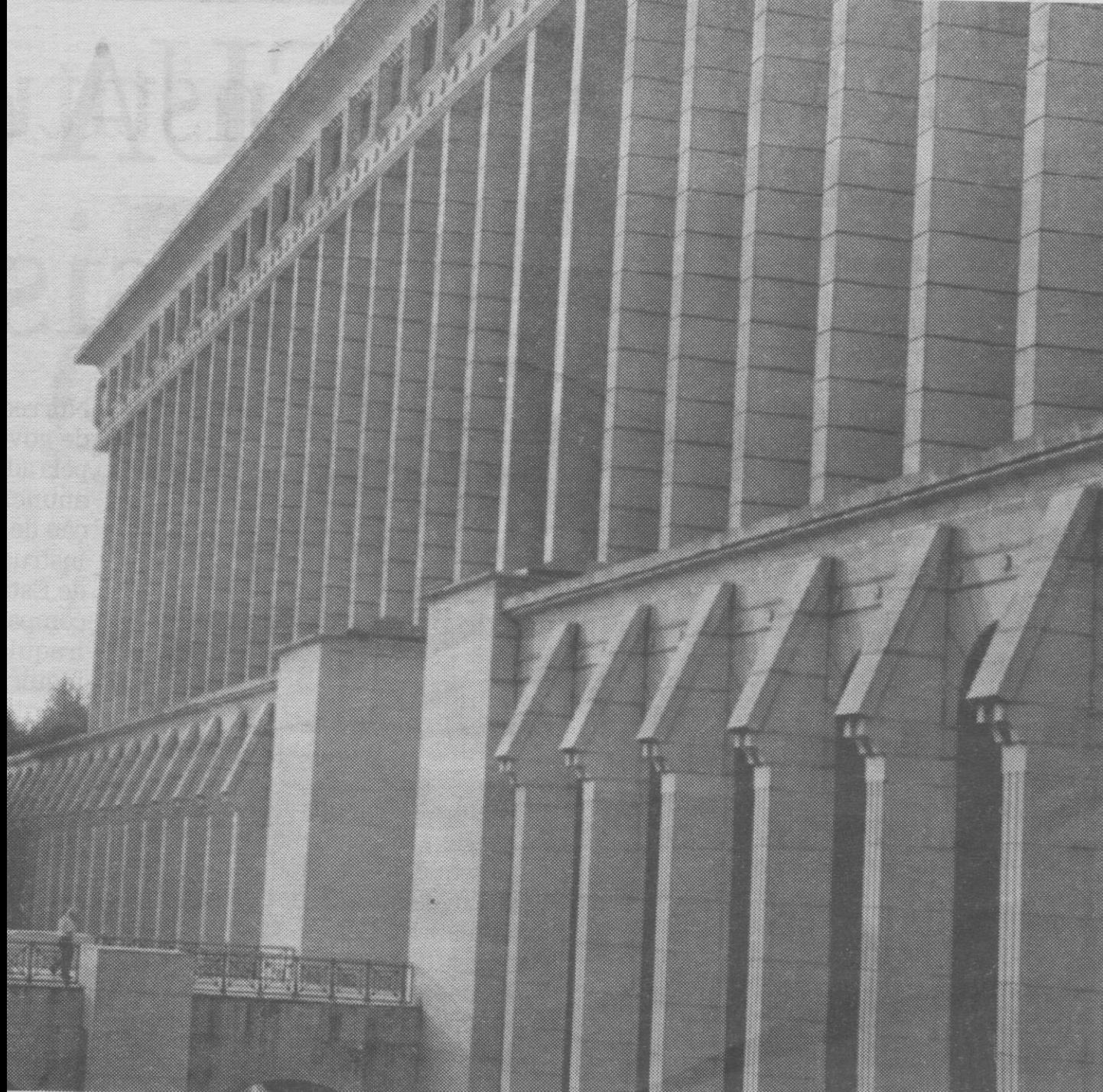
Ensinamentos  
históricos

... E mais além

F6

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinamentos  
históricos

... E mais além

F6



Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinamentos  
históricos

... E mais além

F6

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

F6

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

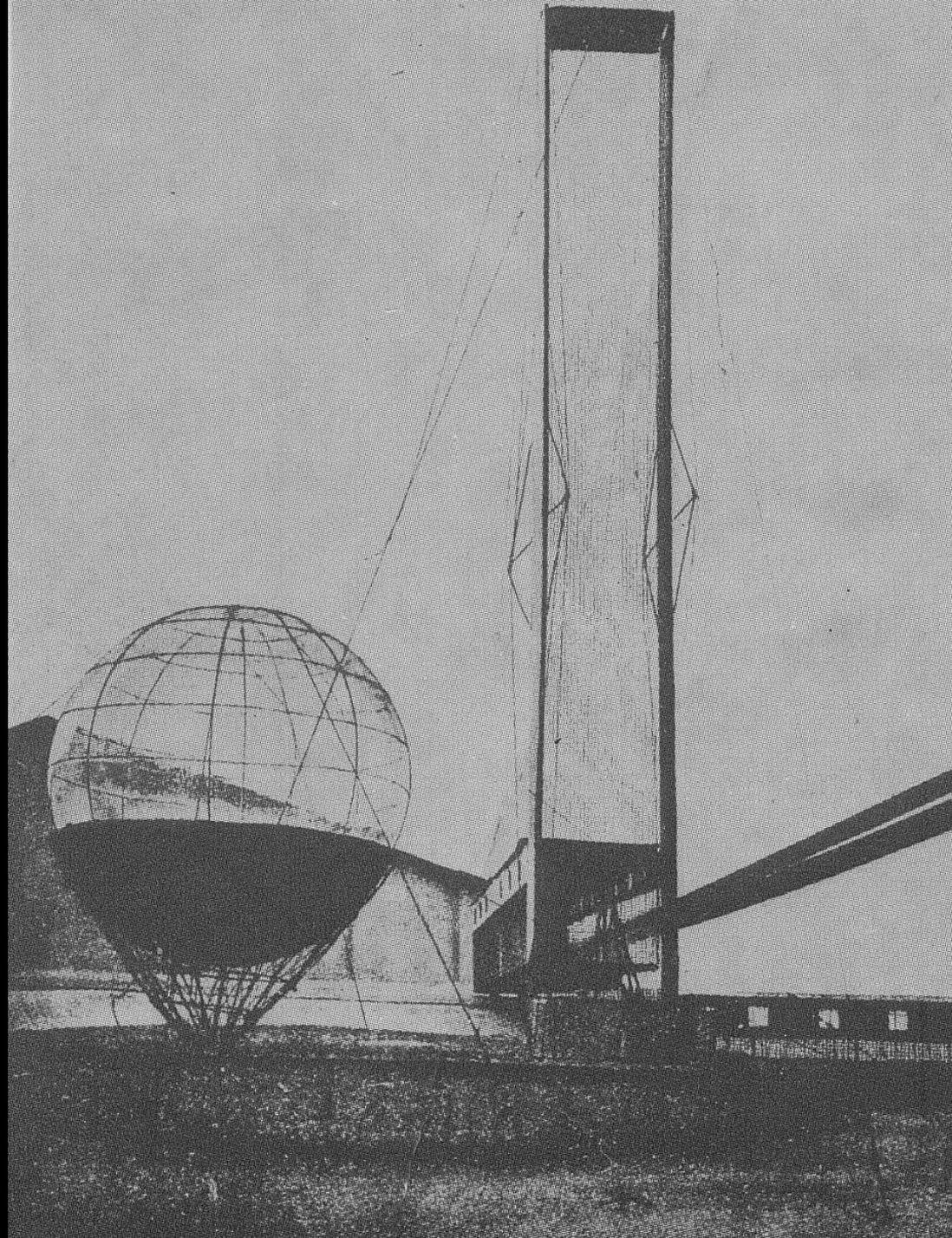
Ensinamentos  
históricos

... E mais além

# F6

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

F6

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



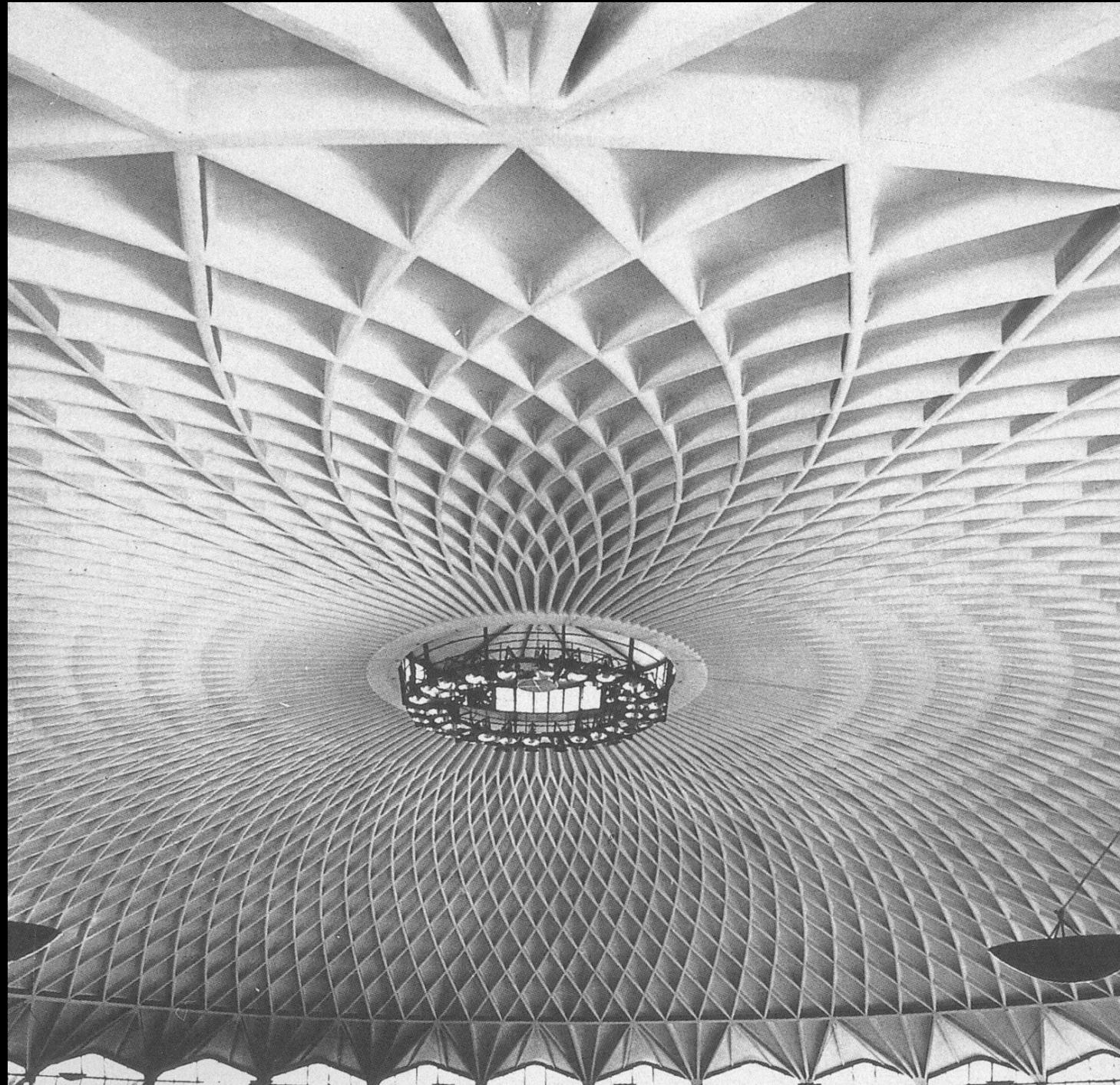
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

F6

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

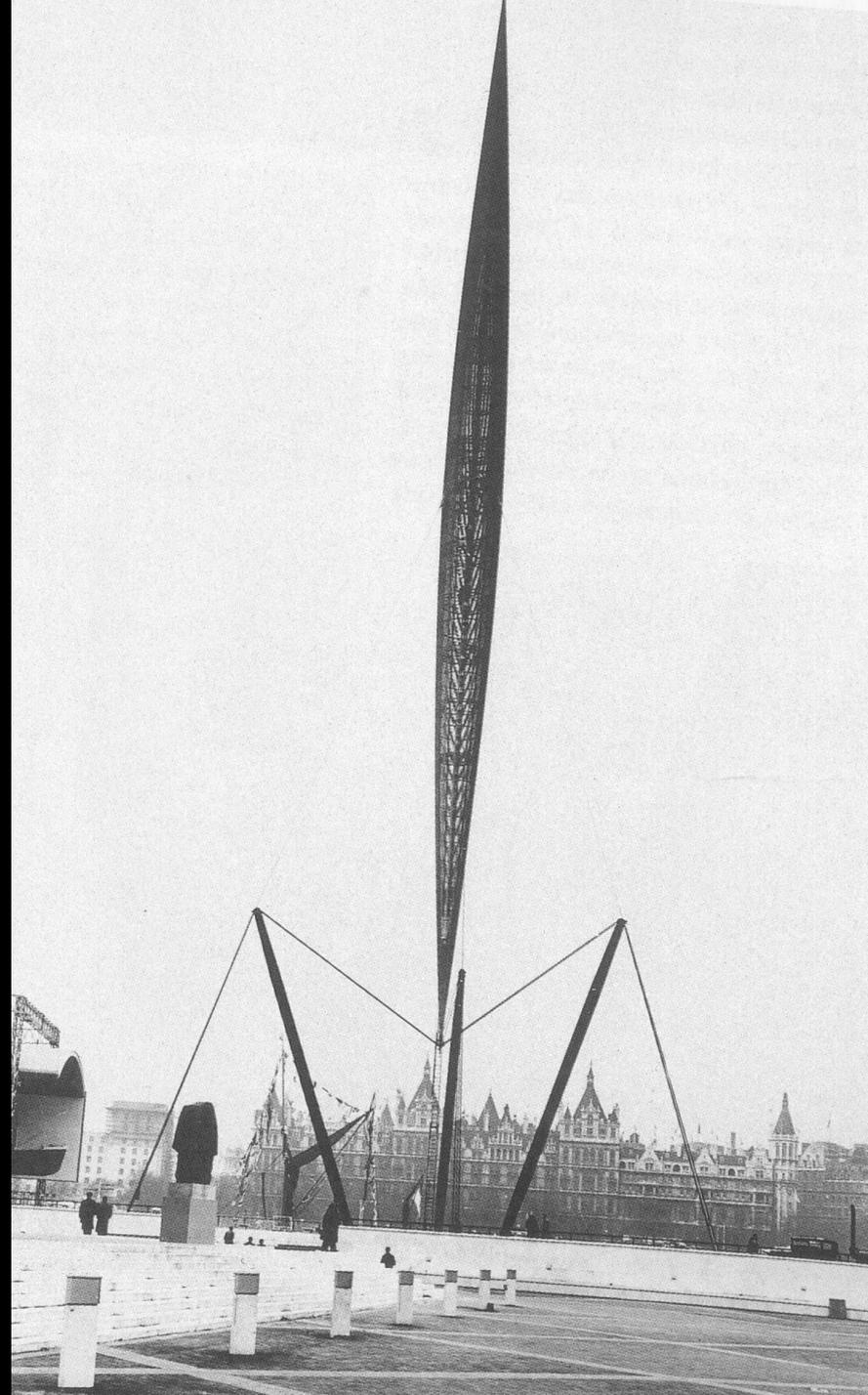
Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

# F6

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

# F6

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinamentos históricos

... E mais além

F6

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

# F6

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



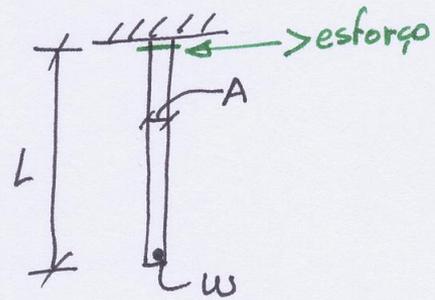
Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além

F9 – case study ... até ao infinito

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



$$P = wAL$$

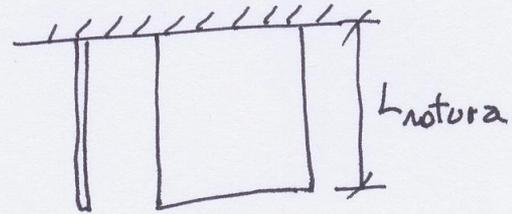
$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{wAL}{A} = wL$$

rotura para  $L \geq \frac{\tau_{rot}}{w}$

aço  $\left\{ \begin{array}{l} \tau_{rot} = 204 \text{ MPa} \\ w = 7,85 \text{ ton/m}^3 \end{array} \right\} L \sim 3000 \text{ m}$

betão B20  $\left\{ \begin{array}{l} \tau_{rot} \sim 10 \text{ MPa} \\ w \sim 2,4 \text{ ton/m}^3 \end{array} \right\} L \sim 400 \text{ m}$

Note-se : independente de A



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

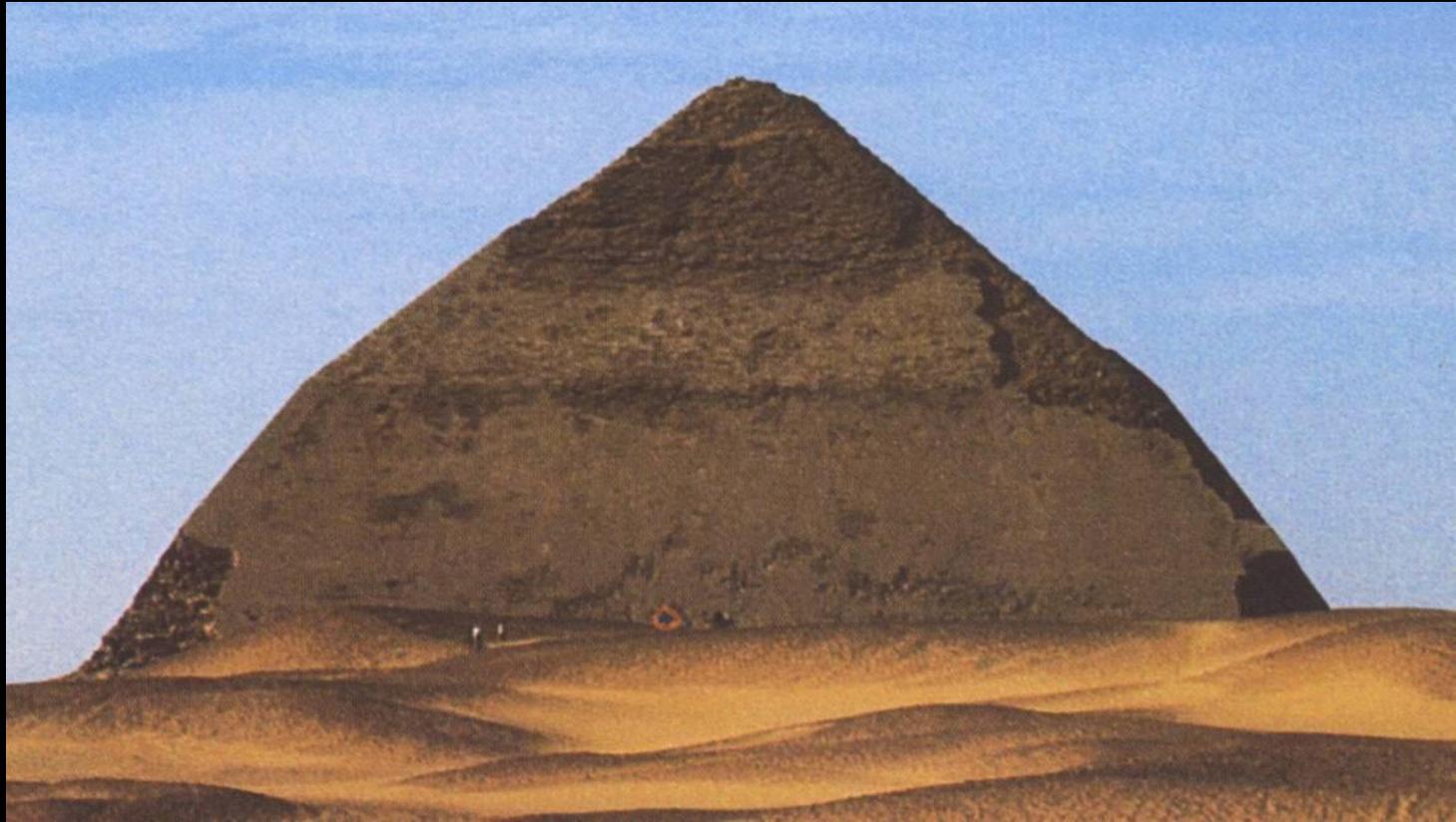
Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

... até ao infinito

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

... até ao infinito

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

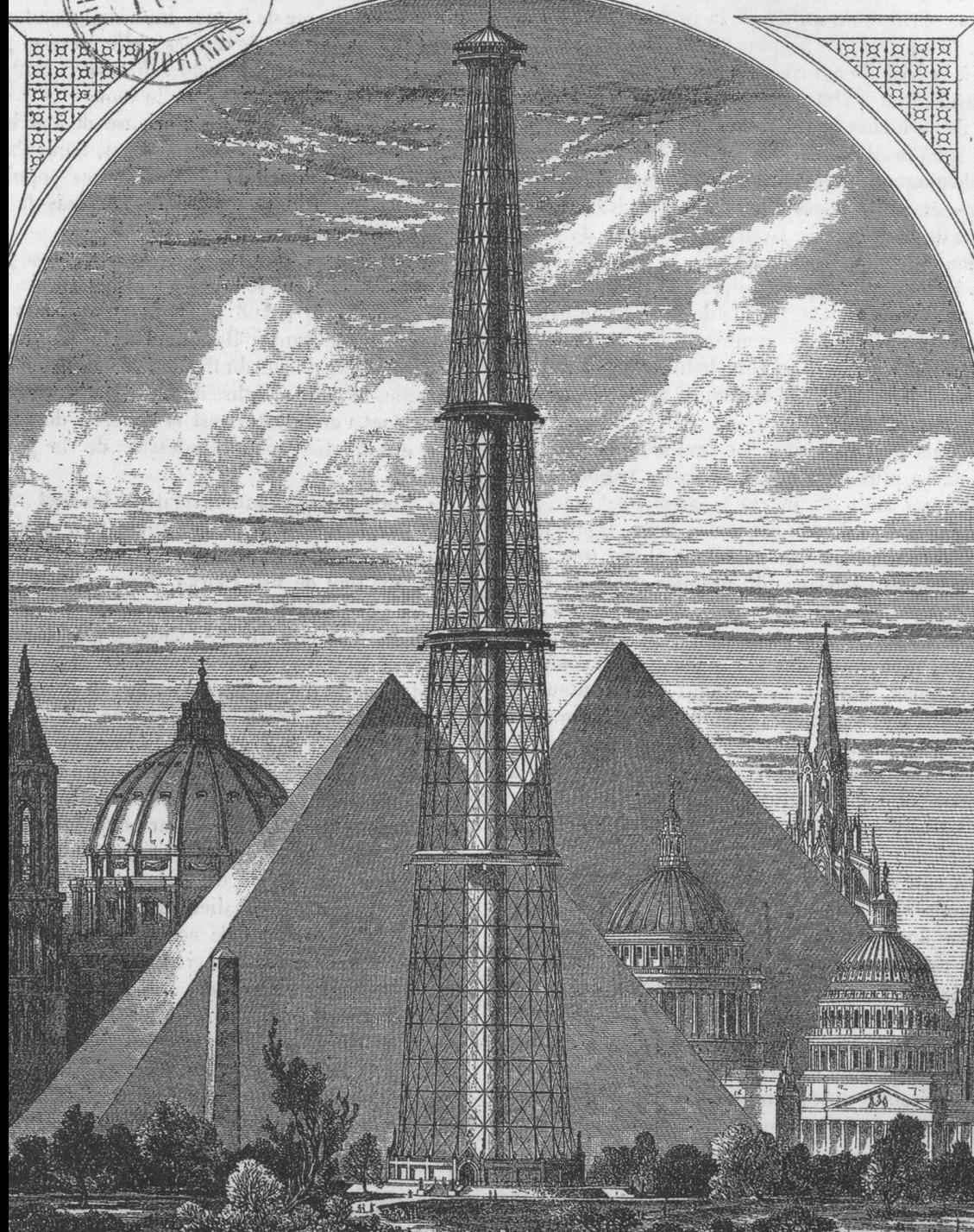
Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

... até ao infinito

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

... até ao infinito

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Diagram illustrating a tapered column under a load  $P$ . The top cross-section is  $A_0$ . A section at distance  $x$  has cross-section  $A$  and  $A+dA$ . A differential element of length  $dx$  is shown at the bottom of the section  $A$ .

Handwritten notes and equations:

- acréscimo de resistência  $\sigma_{tot} dA$
- acréscimo de peso  $w A dx$
- $\sigma_{tot} dA = w A dx \Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{w}{\sigma_{tot}} dx \Rightarrow$
- $\int \frac{1}{A} dA = \int \frac{w}{\sigma_{tot}} dx \Rightarrow$
- $\log A - \log A_0 = \frac{w}{\sigma_{tot}} x$
- $A = A_0 e^{\frac{wx}{\sigma_{tot}}}$
- Seção inicial  $\frac{P}{A_0} = \sigma_{tot}$
- $A = \frac{P}{\sigma_{tot}} e^{\frac{wx}{\sigma_{tot}}}$

Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

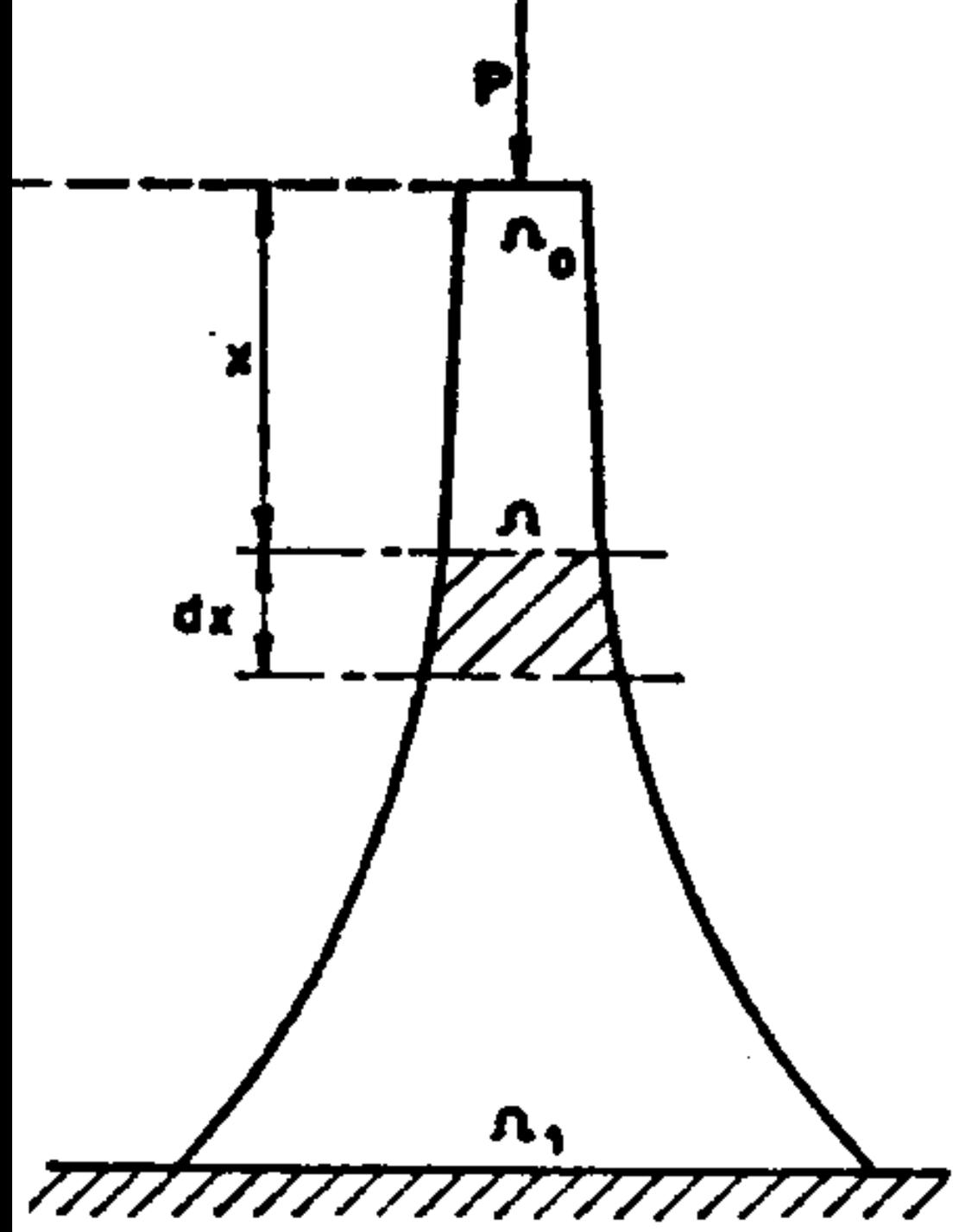
Ensinaamentos históricos

... E mais além

... até ao infinito

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

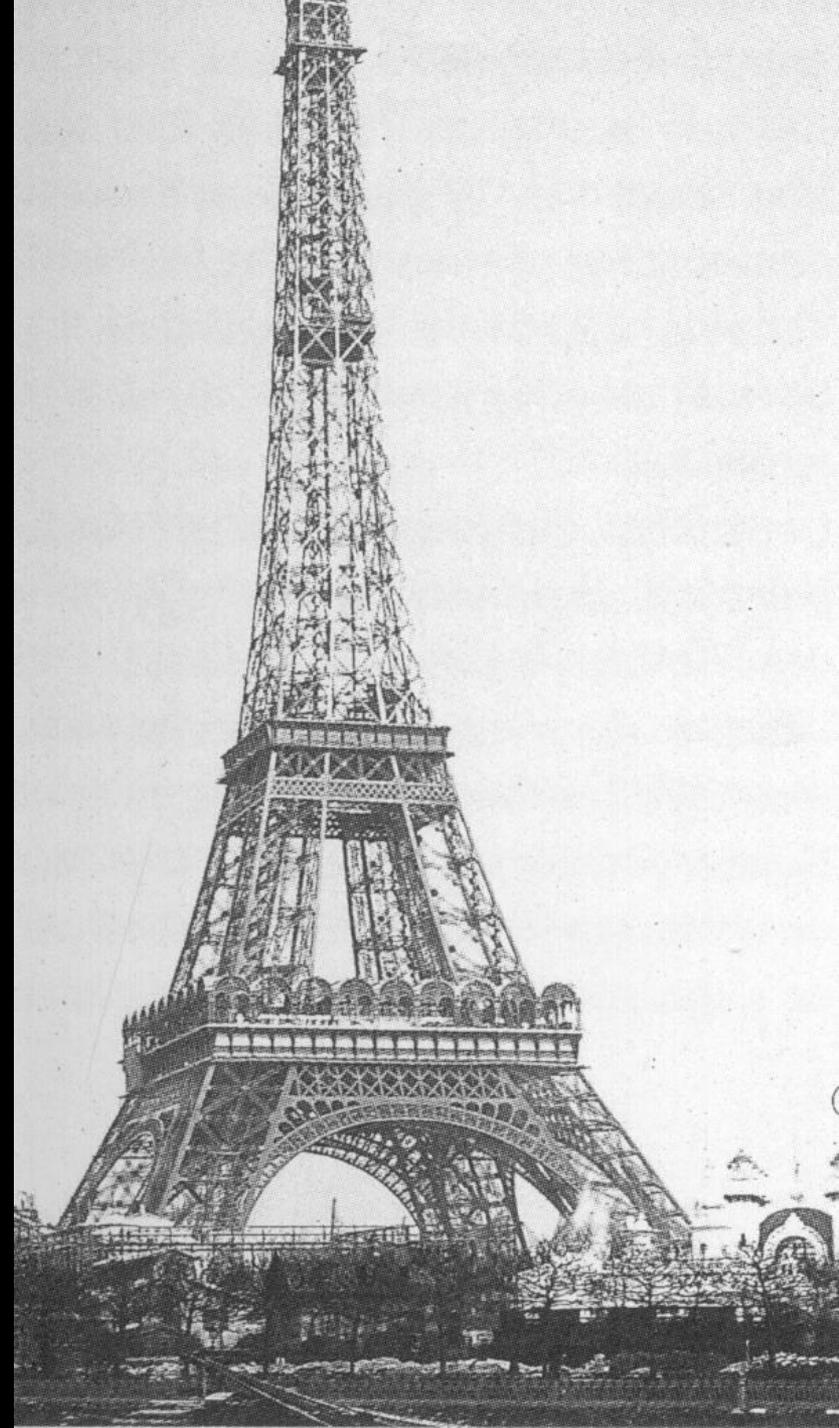
Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

... até ao infinito

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

F0

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

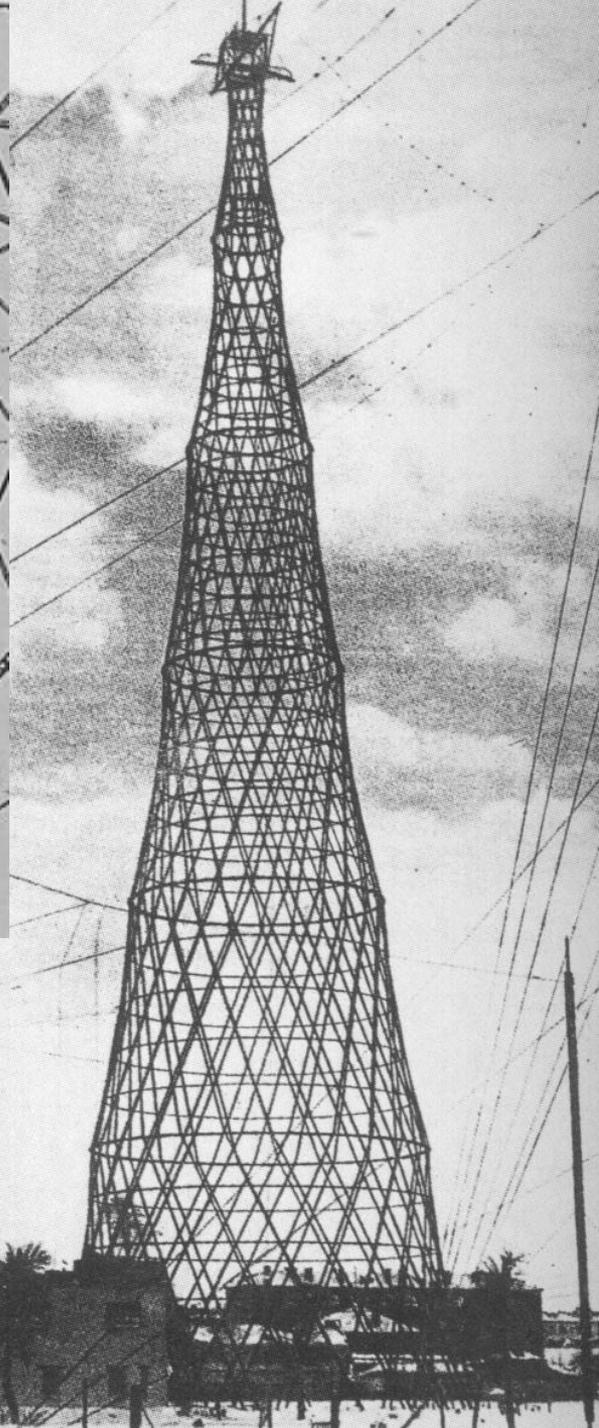
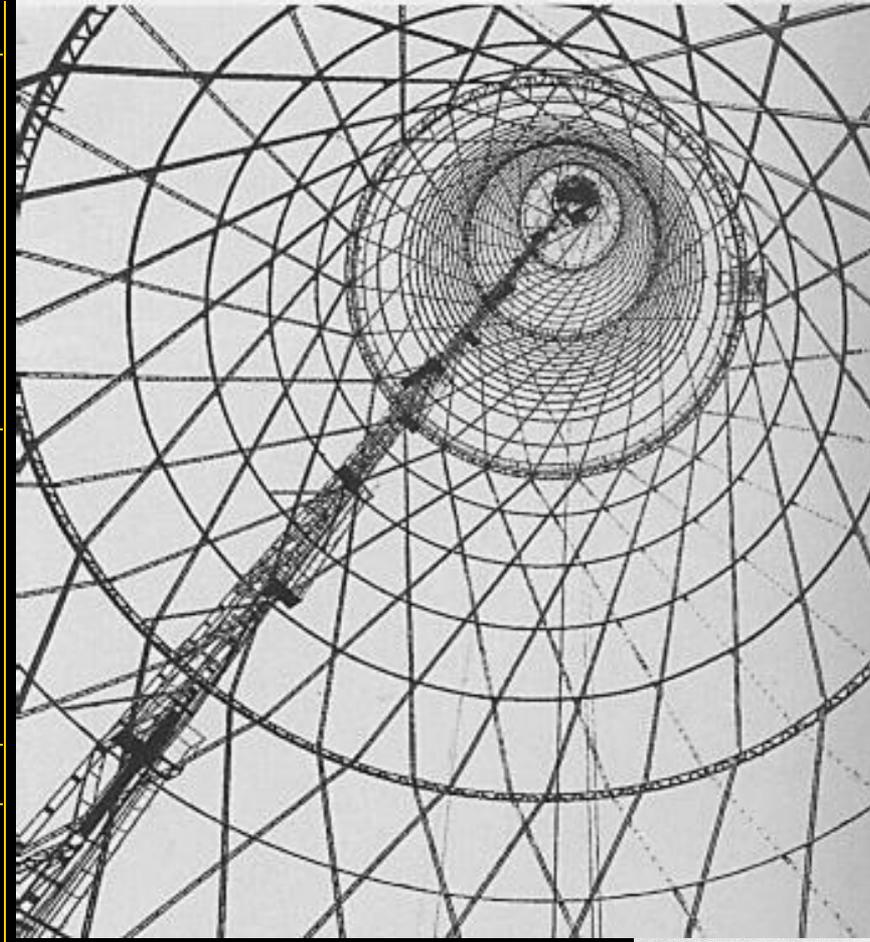
Ensinamentos históricos

... E mais além

F0

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinamentos  
históricos

... E mais além

F0

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

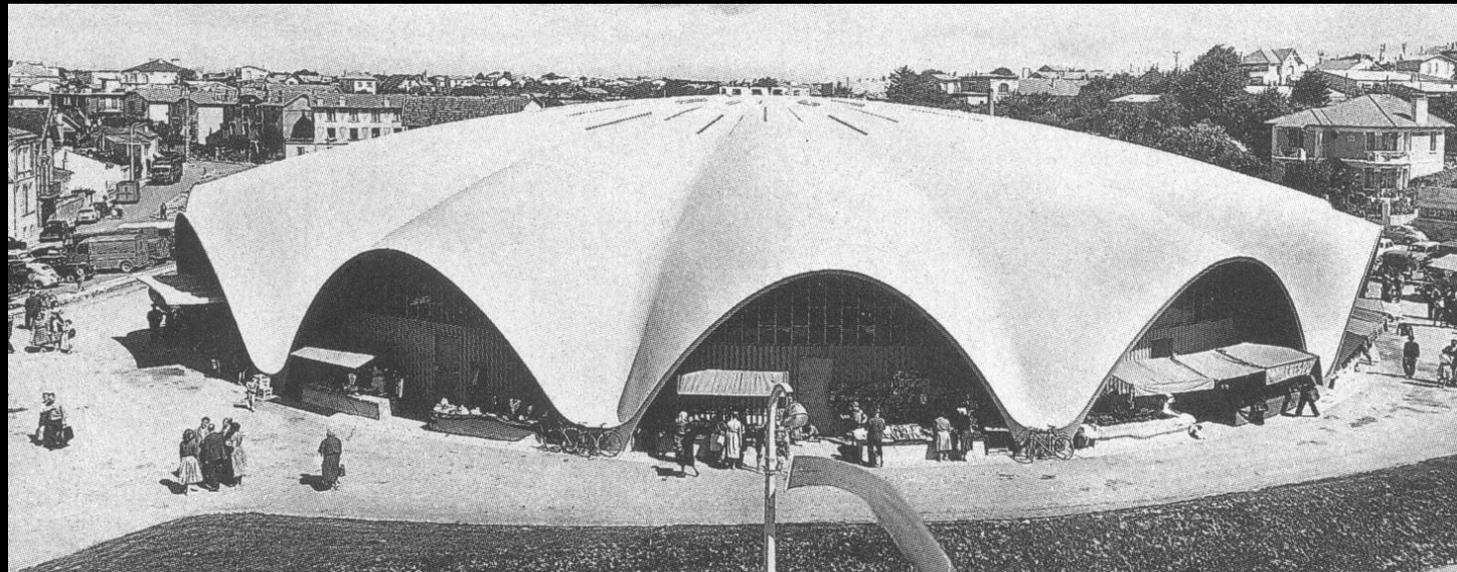
Ensinamentos  
históricos

... E mais além

f0

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

F0

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

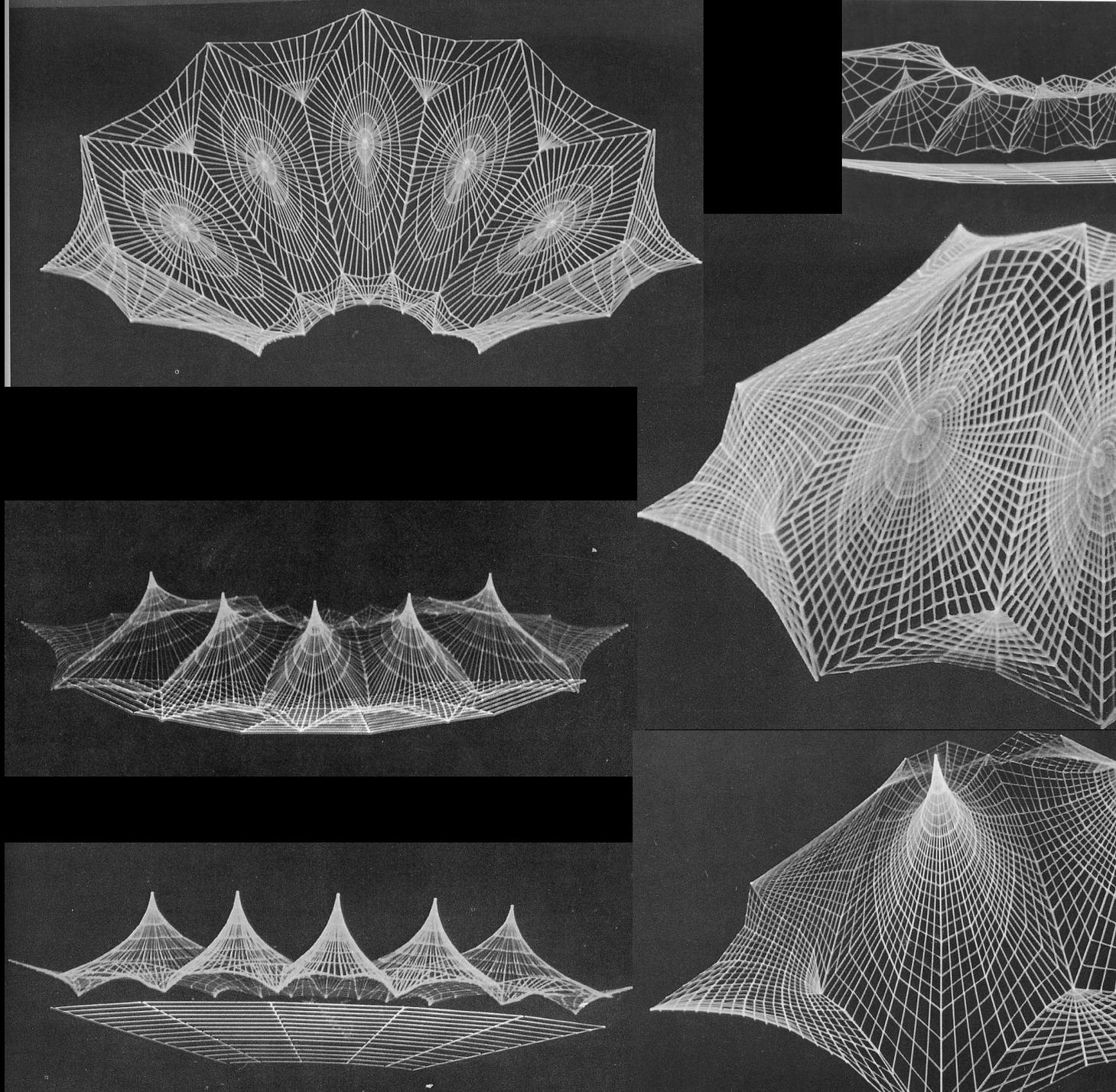
Ensinaamentos históricos

... E mais além

Extensão de formas

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

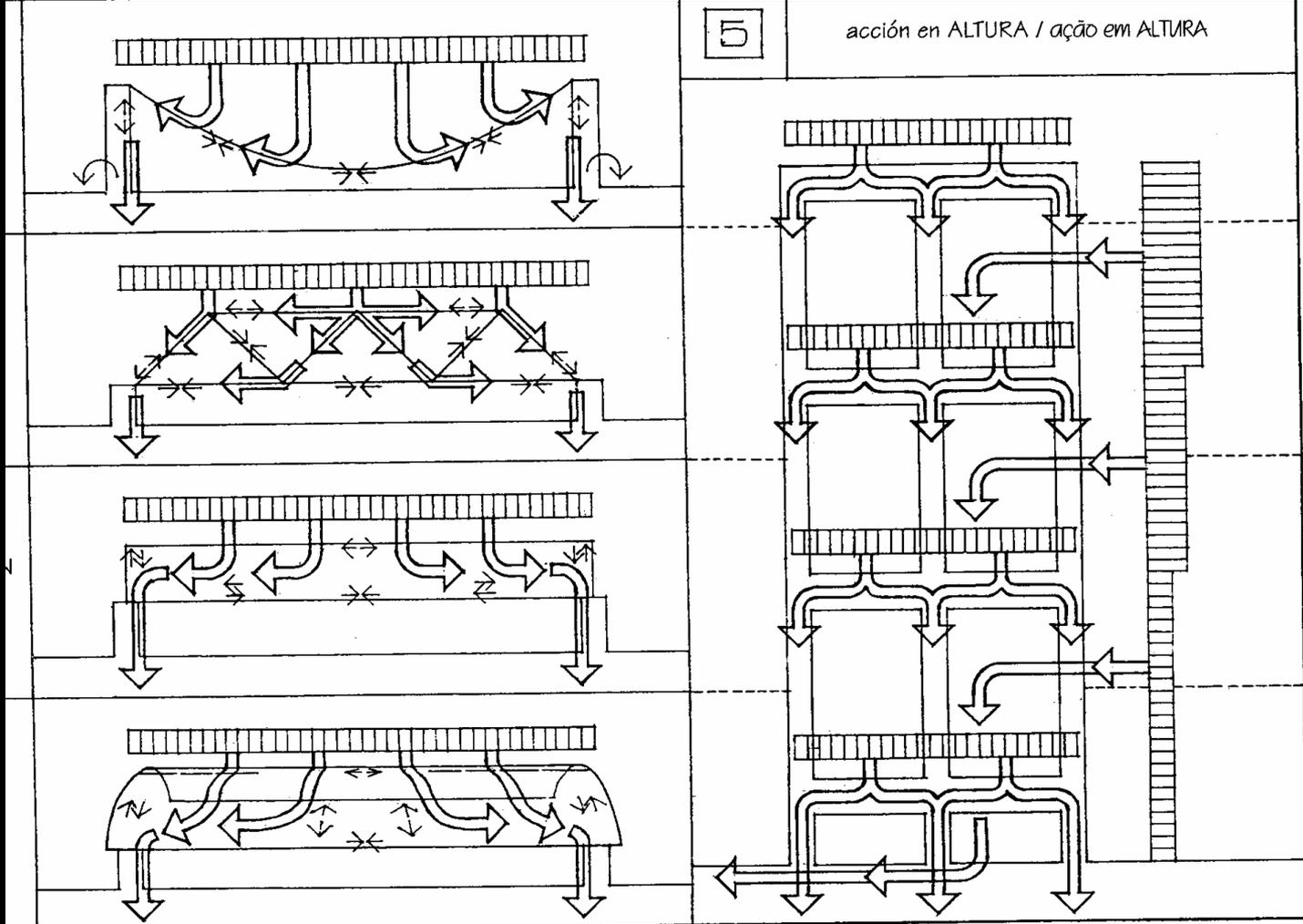
Ensinamentos históricos

... E mais além

Interpretação como descarga de forças

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos

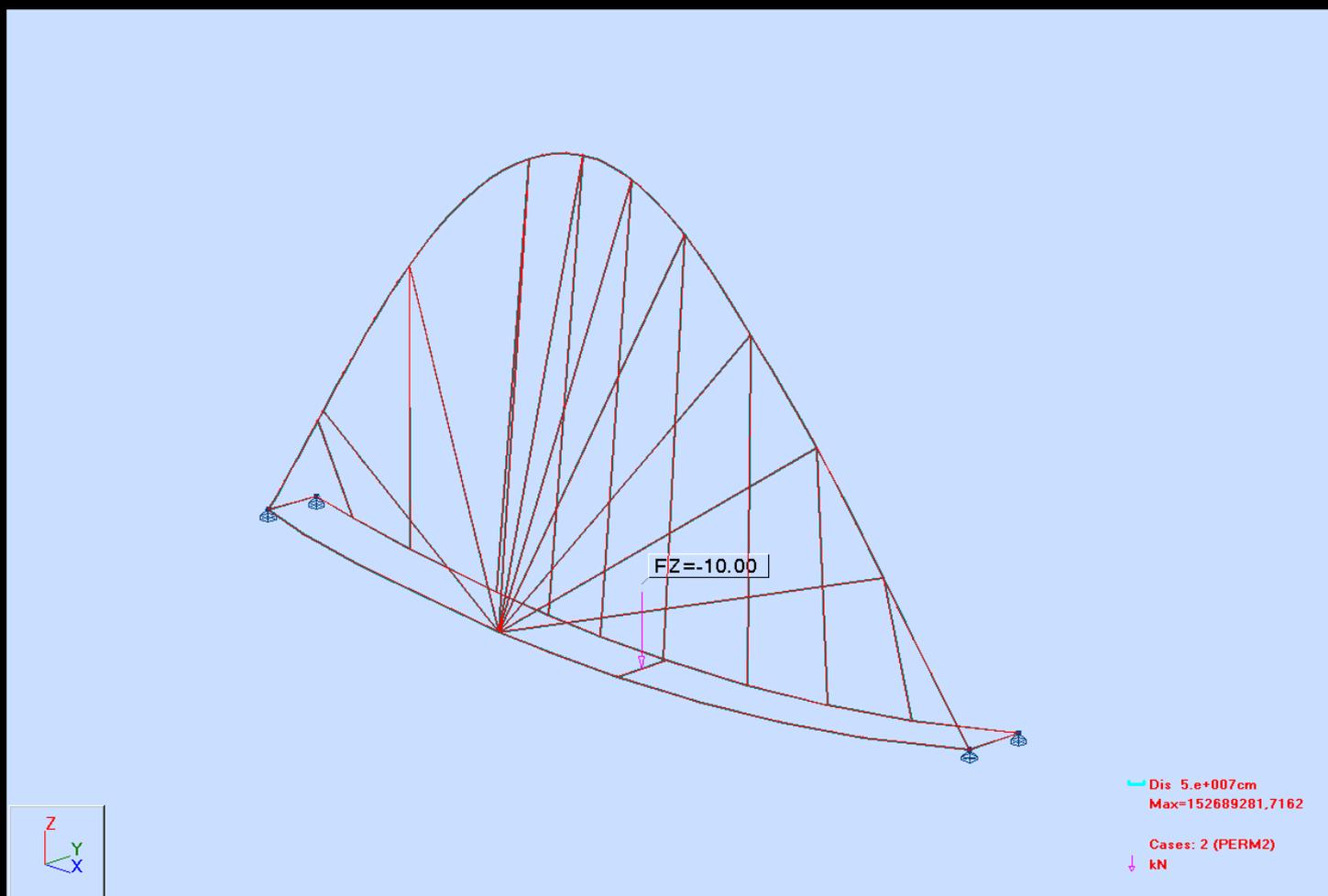


- Engenharia de estruturas
- Definição
- Evolução histórica
- Ensinaamentos históricos
- ... E mais além

# Interpretação como entidade interagindo com o meio

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

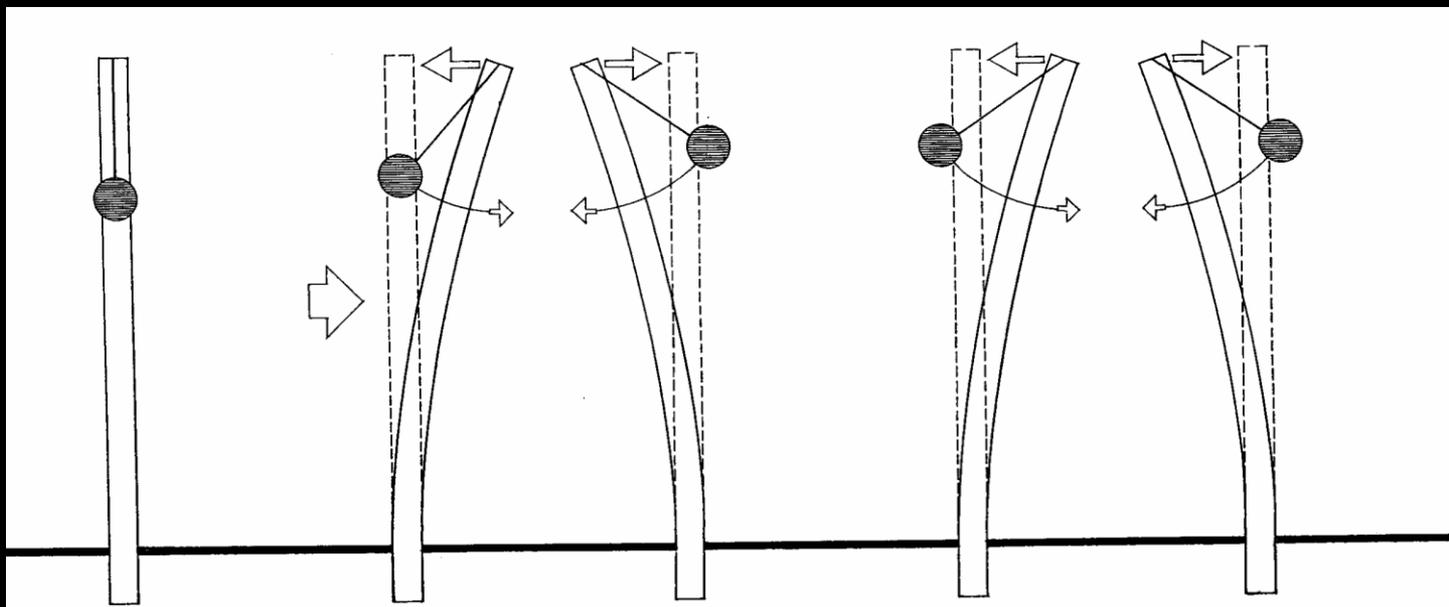
Ensinamentos históricos

... E mais além

Absolute new

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

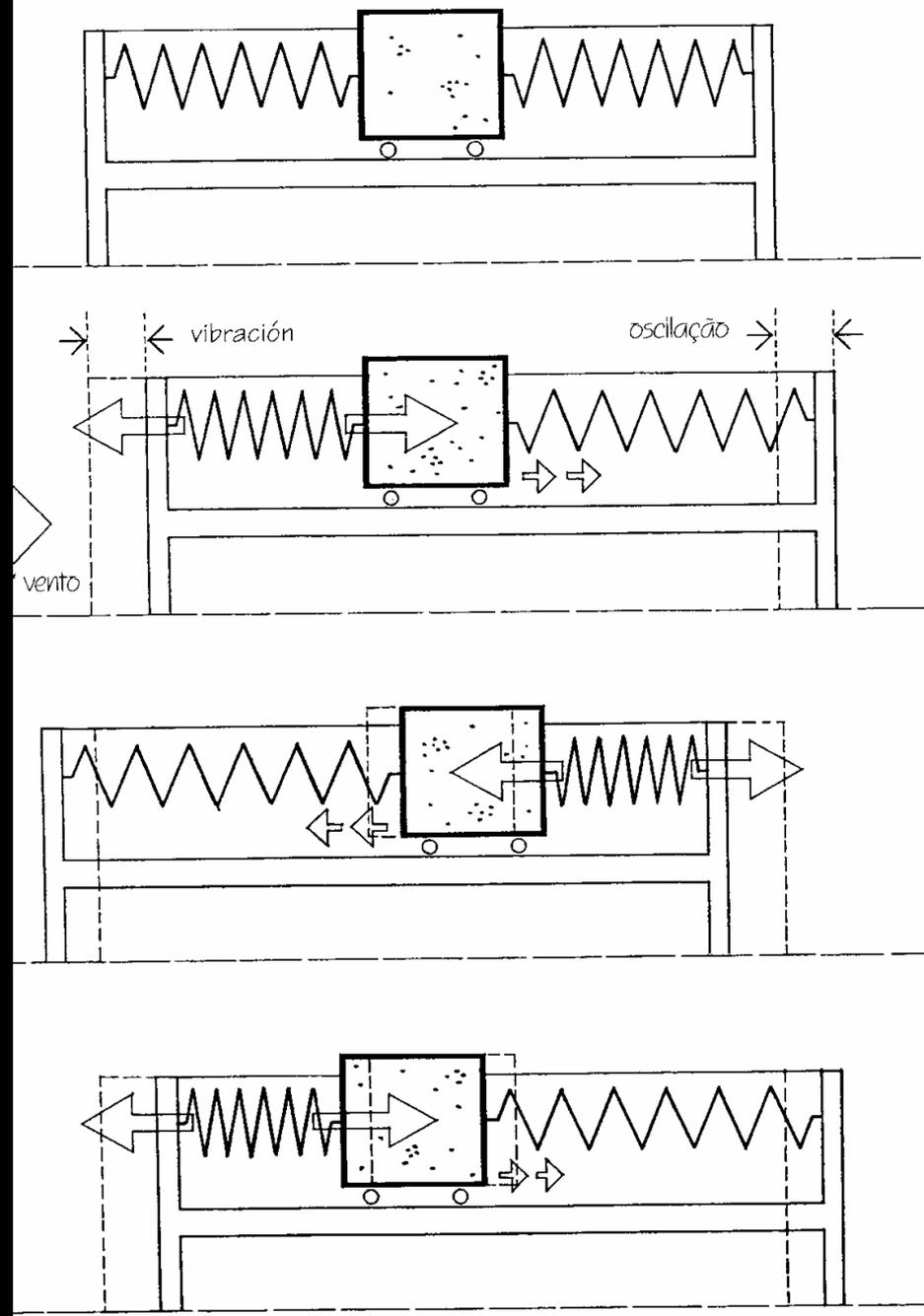
Ensinamentos históricos

... E mais além

Absolute new

Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

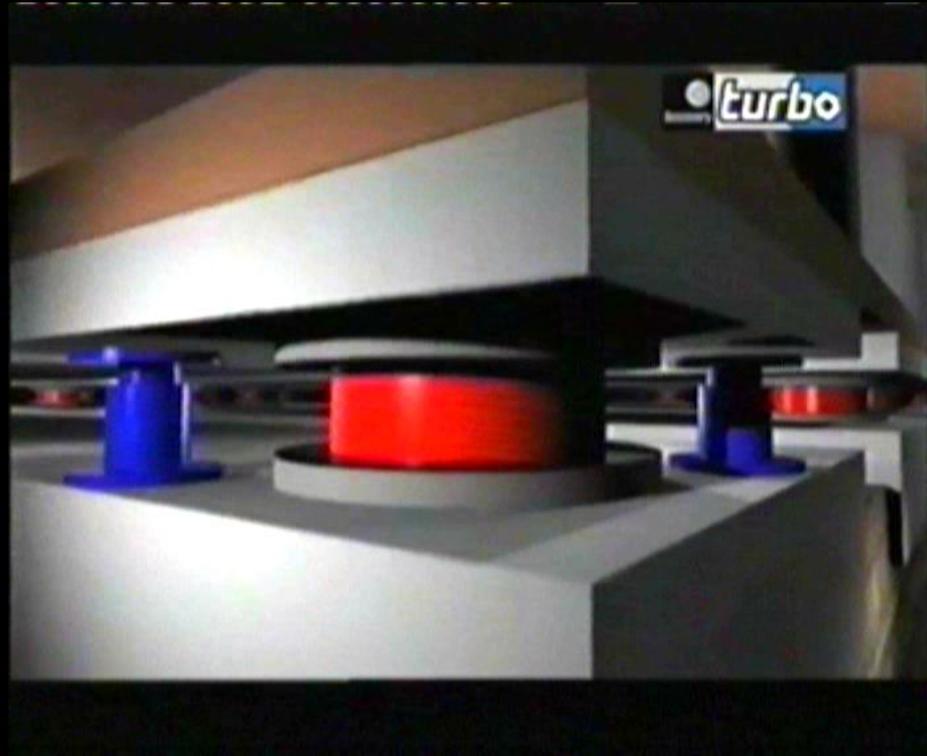
Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além



Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



## Engenharia de estruturas

Definição

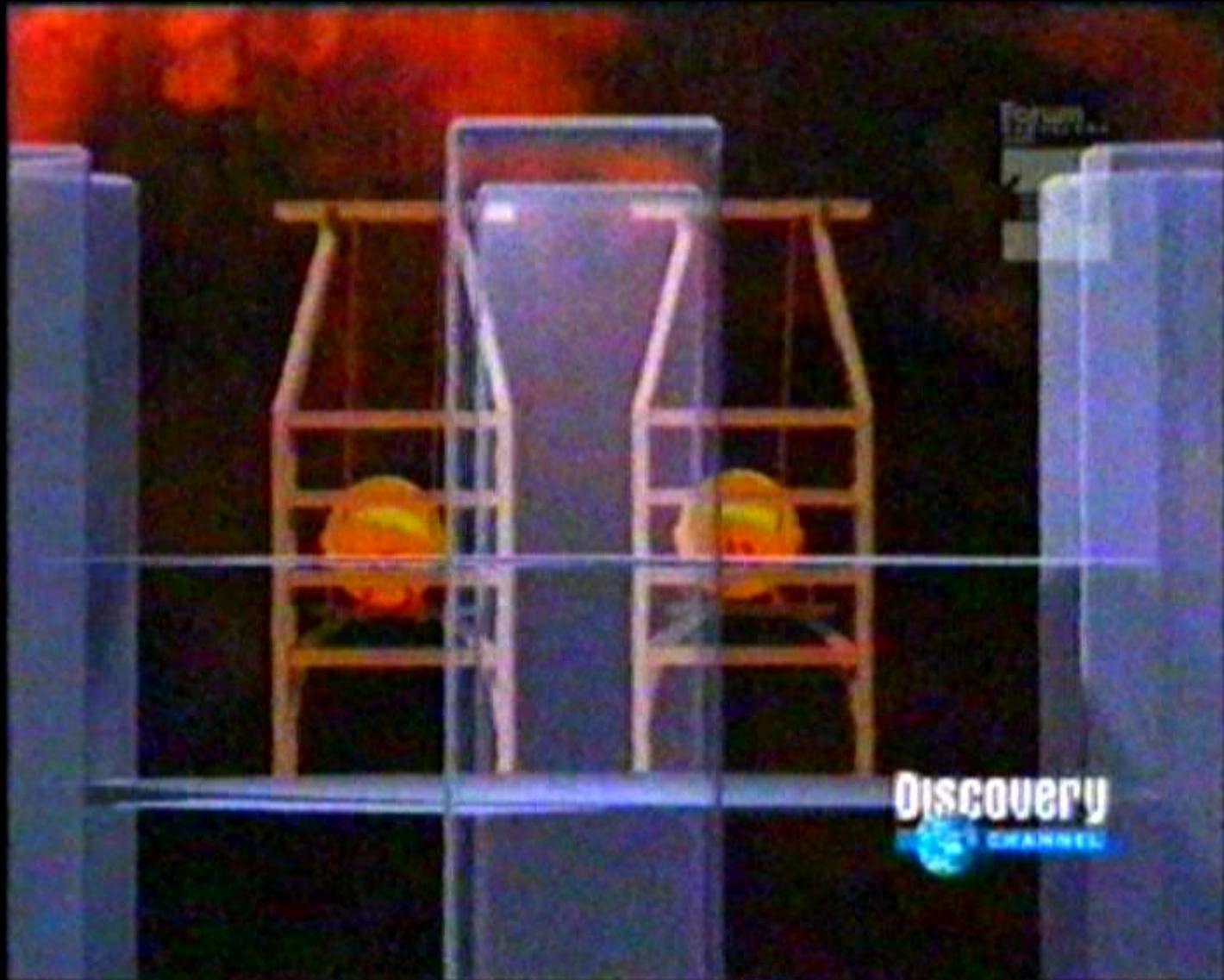
Evolução histórica

Ensinaamentos  
históricos

... E mais além

Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinaamentos históricos



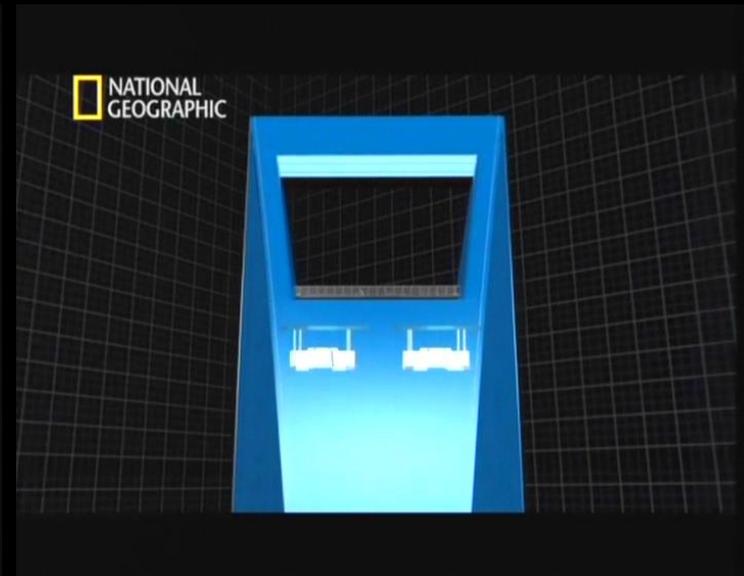
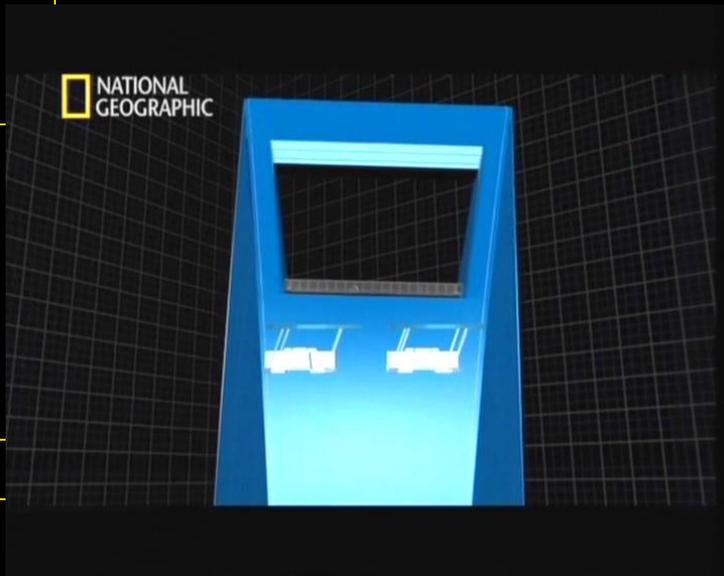
## Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

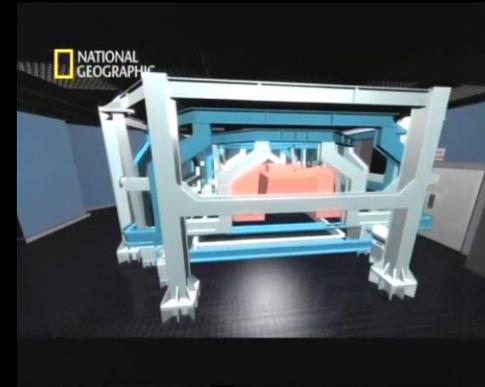
Ensinamentos  
históricos

... E mais além



Franklim Morais

métodos formais em  
estruturas - alguns  
ensinamentos históricos



# Engenharia de estruturas

Definição

Evolução histórica

Ensinamentos históricos

... E mais além



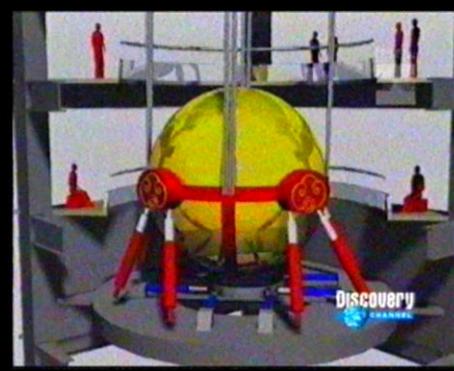
Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos



Engenharia de estruturas

- Definição
- Evolução histórica
- Ensinamentos históricos
- ... E mais além



Franklim Morais

métodos formais em estruturas - alguns ensinamentos históricos

